Justicia, Equidad y Eficiencia (*)

Salvador Barberá Sández

Un problema fundamental en economía normativa consiste en determinar objetivos. Otro, naturalmente, sería recomendar medidas adecuadas para alcanzarlos. La mayor parte de este trabajo se refiere al primero de ellos. Determinar objetivos supone, básicamente, clasificar las distintas opciones abiertas ante una sociedad, indicando cuáles son más deseables y cuáles menos. Y dicha clasificación dependerá, naturalmente, de los criterios que nos orienten en cada caso.

A pesar de sus conocidas limitaciones, el criterio de Pareto sigue siendo el único sobre el que los economistas parecen haber llegado a un amplio consenso. Y tiene la ventaja de que admite una expresión formal rigurosa, que permite incorporarlo plenamente al análisis teórico. Pero el criterio de Pareto tiene capacidad muy limitada para discriminar entre distintos estados económicos; y, por ello, el economista tiene que apelar a consideraciones adicionales, de naturaleza distinta: de equidad, justicia, desigualdad, etc.... Estos otros criterios son tanto o más relevantes que el de Pareto, pero desde luego más difíciles de expresar analíticamente.

Caben muchas controversias sobre el papel relativo que deban jugar estos distintos criterios en la fijación de los objetivos sociales. Podrá discutirse, en cada situación concreta, cuáles deben ser tenidos en cuenta, y cuáles no. Además, una vez determinados los que vayan a considerarse relevantes, hay que establecer algún orden de prioridad entre ellos, al menos para los casos en que sus recomendaciones no concuerden. En cualquier caso, toda recomendación basada en una combinación determinada de criterios incorporará juicios de valor —explícita o implícitamente—. También los incorpora —dicho sea de paso— la utilización del criterio de Pareto, por mucho que en este caso se trate de juicios de valor ampliamente aceptados.

La teoría económica no puede resolver estas controversias. Pero lo que sí puede hacer es clarificar los términos en que se plantean. Una parte importante de los desacuerdos a que pueda dar lugar la utilización de criterios normativos tan generales como, por ejemplo, los de justicia o equidad, se debe a que, como ya hemos señalado, no es fácil darles expresión formal. Y sería interesante poder hacerlo, porque esto permitiría incorporarlos, en pie de igualdad con el criterio de Pareto, a los modelos teóricos con los que habitualmente tra-

(*) Este trabajo recoge las conclusiones de un estudio sobre «Nuevos criterios para la evaluación de estados económicos alternativos», realizado bajo contrato con el Instituto de Estudios Fiscales. Agradezco a Emilio Albi, Xavier Calsamiglia, Joan María Esteban, Juan Carlos García-Bermejo y Alfredo Pastor la ayuda que me han prestado.

baja el economista. Y, entre otras cosas, podríamos distinguir entonces entre aquellos objetivos que son posibles y aquellos que, por acumulación de requisitos incompatibles, resultan lógicamente inalcanzables. O, frente a un conjunto de objetivos inalcanzables en su totalidad, podríamos preguntarnos por la posibilidad de lograr el cumplimiento simultáneo de parte de ellos.

El propio enunciado de estas cuestiones refleja a la vez las posibilidades y las limitaciones de la teoría normativa. Como ya hemos dicho, ésta no se propone ni puede resolver polémicas basadas en la existencia de una legítima confrontación de intereses. Pero sí debería permitir distinguir entre éstas y aquéllas en que una o más partes se basan en posturas lógicamente indefendibles.

En este trabajo se presentan diversas contribuciones recientes a la teoría económica, cuyo propósito común es el estudio de criterios normativos distintos al de Pareto, sean o no compatibles con éste.

En la primera parte, presentamos una definición formal de equidad, y estudiamos su relación con distintos conceptos tradicionales en el análisis económico: eficiencia, equilibrio competitivo, ... La segunda parte es más general. Empieza describiendo las distintas estrategias de investigación que se han seguido en economía normativa para intentar superar las limitaciones del criterio de Pareto. Y, para ello, nos apoyamos en el contenido de la primera parte, y en un análisis de las contribuciones de Arrow y de la Nueva Economía del Bienestar. En las últimas secciones de esta parte se presenta un marco dentro del cual pueden compararse distintos criterios normativos, según impliquen o no comparaciones interpersonales, y según el tipo de información que sea necesario para poder aplicarlos.

El trabajo no es una revisión de la literatura sobre estos temas, sino una introducción a ella. Ciertas secciones procuran interpretar el espíritu con que sus cultivadores se formulan los distintos problemas de que tratan, y los criterios con que valoran las conclusiones alcanzadas. Esto debería servir para motivar al lector, y para ayudarle a situar, dentro de una literatura cada vez más amplia, los distintos trabajos especializados con que se encuentre al explorarla. En otras secciones más técnicas adelantamos algunos de los instrumentos analíticos utilizados, y presentamos —a título de ejemplo— algunos resultados significativos.

PARTE I

EQUIDAD Y EFICIENCIA

I. Eficiencia y justicia distributiva: limitaciones y alcance del criterio de Pareto.

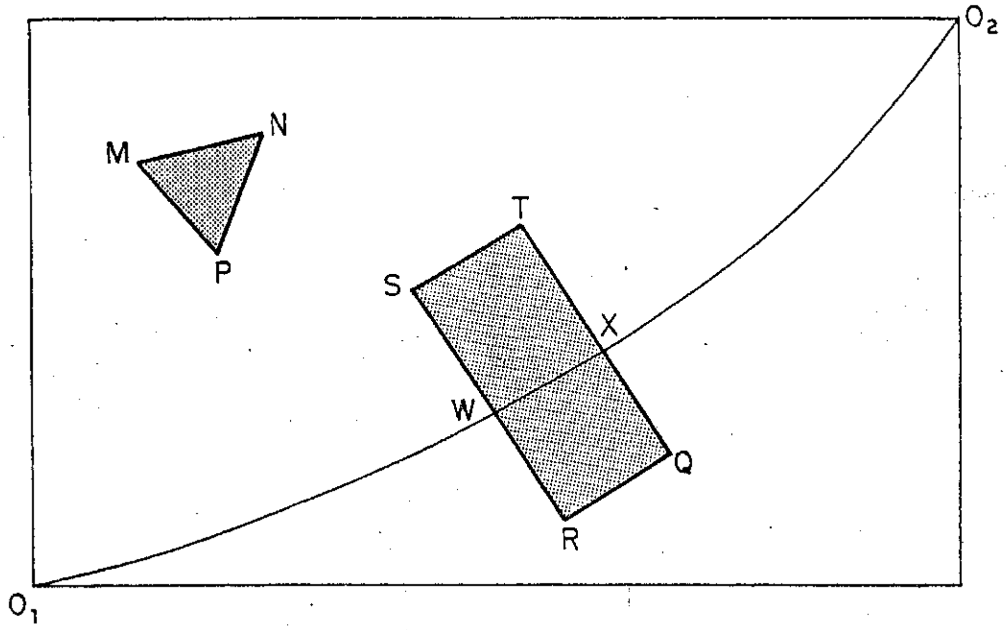
El objeto de esta primera parte es presentar y analizar un criterio para la evaluación de estados económicos, al que llamaremos de *equidad*. Con este criterio se pretende atender a consideraciones de justicia distributiva que no son tenidas en cuenta por el criterio de Pareto, el más utilizado en economía normativa. Conviene, pues, empezar recordando cuáles son las insuficiencias de aquel criterio y cuál su interés.

Para ello, bastará situarnos en el más sencillo de los contextos económicos donde el criterio de Pareto adquiere sentido: el de una economía de intercambio con dos bienes y dos consumidores, del tipo que suele representarse mediante una caja de Edgeworth (Figura 1).

El lugar geométrico de los puntos que no están dominados en el sentido de Pareto variará según las preferencias de los consumidores; pero contendrá, bajo condiciones muy generales, y cualquiera que sea la forma específica de tales preferencias, a los puntos O_1 y O_2.

Precisamente, la presencia de estos puntos entre los que suelen llamarse «óptimos» en el sentido de Pareto ha sido la causa por la cual el criterio en que se apoya su propuesta «optimalidad» haya sido muy atacada. Porque en las asignaciones representadas por O_1 y O_2, uno de los dos agentes que componen la economía disfrutaría de la totalidad de los recursos, y al otro no le correspondería nada. Y, cualquiera que sea la postura ética desde la que se considere, mal podría tal estado de cosas recibir el calificativo de «óptimo».

FIG. 1



Y, sin embargo, el criterio de Pareto nos proporciona una base muy sólida para discriminar entre estados económicos atendiendo a consideraciones no de justicia distributiva (como las implícitas en nuestro rechazo de O_1 y O_2), sino de eficiencia. En efecto: que una asignación de recursos no esté dominada por ninguna otra en el sentido de Pareto, puede no significar gran cosa; pero si lo está, ésto nos proporciona bases para juzgarla negativamente desde el punto de vista de la eficiencia. Porque en tal caso, habría un modo alternativo de distribuir los recursos, sin perjudicar a nadie y mejorando la situación de alguien. En este sentido, *satisfacer el criterio de Pareto puede verse como condición necesaria mínima de eficiencia*. Por ello, de las asignaciones que suelen llamarse «óptimas en el sentido de Pareto», diremos aquí simplemente que son eficientes. Y, más que abandonar aquel criterio, convendrá reconocer su insuficiencia y complementarlo con otros, capaces de reflejar consideraciones distintas, pero también relevantes, a las que el de Pareto no atiende.

Así, por ejemplo, hemos visto que asignaciones como la O_1 o la O_2 parecen inaceptables por razones de justicia distributiva. Pero esta afirmación no se basa, hasta ahora, en ninguna definición rigurosa de qué entendemos por asignación justa; y, en ausencia de tal definición, será difícil hacerla extensiva a situaciones menos sesgadas en favor de uno u otro agente, como las representadas por los puntos P o Q, por ejemplo. Sería útil, pues, tener un criterio formal, utilizable en el mismo marco al que se aplica el de Pareto, y que nos permitiese discriminar sistemáticamente entre asignaciones en base a consideraciones éticas.

Nuestro propósito en esta primera parte, es exponer una de las direcciones seguidas recientemente por la teoría económica con este fin. Como veremos, esta dirección, basada en una definición de equidad como ausencia de envidia, no ha conducido a conclusiones ni mucho menos definitivas. Pero, aún así, nos parece interesante describir con algún detalle su proceso lógico de desarrollo, como ejemplo del modo en que la teoría económica se enfrenta con sus necesidades, en el terreno normativo, y del tipo de preguntas y dificultades que se le plantean al hacerlo. Podemos ilustrar ya algunos de los pasos en este proceso, aún antes de entrar en el análisis de nuestro concepto normativo. Supongamos que dispusiéramos de un criterio que nos permitiese distinguir entre aquellas asignaciones que, de acuerdo con él, son «justas», y aquellas que no lo son. De entrada, esto nos habría obligado ya a concretar en qué sentido (siempre necesariamente parcial y limitado) empleamos el término «justicia». Y, además, nos permitiría discutir con precisión las relaciones entre las exigencias de justicia subyacentes en nuestro criterio y las que se derivan del criterio paretiano de eficiencia. Si, por ejemplo, el conjunto de las asignaciones «justas» según nuestro criterio fuese, en el caso de la Fig. 1, el triángulo MNP, tendríamos que ninguna asignación de los recursos en la economía allí representada puede ser, a la vez, «justa» y eficiente. Mientras que si, por el contrario, fuesen «justos» los puntos del rectángulo QRST, entonces tendríamos que, en particular, el segmento WX del lugar geométrico de puntos eficientes O_1WXO_2 representaría asignaciones a la vez «justas» y eficientes. Y sólo saber si nos encontramos en una situación del primero o del segundo tipo constituiría ya una información sumamente útil. Porque, en el primer caso, nuestro concepto de «justicia» y el de eficiencia aparecerían como contrapuestos, y habría que escoger ente uno y otro. Mientras que, en el segundo, cabría verlos satisfechos simultáneamente, y el problema central pasaría a ser cómo alcanzar aquellas asignaciones que reúnen ambos requisitos.

II. Economías de intercambio.

Describamos ahora más formalmente el marco de las economías de intercambio (de las que las representables mediante cajas de Edgeworth serían el ejemplo más sencillo), en que se desarrollará la mayor parte de nuestro análisis. En las últimas secciones consideraremos brevemente cómo se verían afectadas nuestras conclusiones, dentro de un marco más general, en que aparezcan explícitamente las actividades de producción.

Sean M y N dos números naturales. N representará al número de individuos y M al de bienes. Sean R el espacio de los números reales, R^M el espacio real M dimensional y R^M_+ el conjunto de vectores en R^M con componentes no negativas.

Un *vector de consumo* es un elemento de R^M_+. En general, a los vectores de consumo los denotamos en la forma:

$$x^i = \begin{pmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_M^i \end{pmatrix},$$

y se cumple que: $x_h^i \geqslant 0$. El superíndice $i \in (1, ..., N)$ indicará, en general, a qué individuo se le asignan las cantidades de bienes representadas por el vector, y x_h^i representa la cantidad del bien h que le corresponde al individuo en x^i.

Para describir a un *individuo* que forma parte de una economía de intercambio deberemos especificar:

1) Cuáles son sus dotaciones iniciales de recursos. Estas vendrán dadas, en cada caso, mediante un vector de consumo, al que distinguiremos denotándolo por:

$$W^i = \begin{pmatrix} w_1^i \\ w_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_M^i \end{pmatrix} \in R^M_+$$

2) Cuáles son sus preferencias entre las distintas alternativas de consumo. Para simplificar, supondremos que, para todo individuo, dichas preferencias pueden representarse mediante una función índice de utilidad,

$$U_i : R^M_+ \rightarrow R \text{, que sea}$$

H1.—Continua.

H2.—Estrictamente creciente. Es decir que, dados dos vectores de consumo x, x' tales que:

$$\text{para todo } h \in \{1, \ldots, M\}, x_h \geqslant x'_h \text{, y}$$

$$\text{para algún } j \in \{1, \ldots, M\}, x_j > x'_j,$$

se cumpla que $U_i(x) > U_i(x')$.

H3.—Estrictamente cuasi-cóncava. Es decir que, dados dos vectores de consumo x, x', tales que $U_i(x) \geqslant U_i(x')$, y para cualquier escalar $0<\alpha<1$, se cumpla que $U_i(\alpha x + (1-\alpha) x') > U_i(x')$. Esta condición garantiza que las curvas de indiferencia asociadas con la función de utilidad presenten la convexidad habitual respecto al origen de coordenadas desde el que se miden las cantidades de bienes (1).

Un individuo vendrá, pues, descrito mediante un par (w^i, U_i).

Una *economía de intercambio E* vendrá dada por N pares de este tipo; es decir, una vez especificadas las características de los N individuos que la componen. Formalmente:

$$E = \{(w^1, U_1), (w^2, U_2), \ldots, (w^N, U_N)\} \equiv \{(w^i, U_i)_{i \in \{1, \ldots N\}}\}$$

Una *asignación* de los recursos de E vendrá dada por N vectores de consumo $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ tales que:

$$\sum_{i=1}^{N} x^i = \sum_{i=1}^{N} w^i$$

siendo w^i los correspondientes vectores de dotaciones iniciales. Una asignación es, pues, un modo de distribuir los recursos totales de una economía entre los agentes que la componen.

Recordemos, para terminar esta Sección, algunas definiciones y resultados que van a sernos de utilidad en lo que sigue.

Definición 1. Dadas dos asignaciones $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ e $(y^1, y^2, \ldots, y^N)$ de los recursos de una economía E, diremos que $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ es *superior* en el sentido de Pareto a $(y^1, y^2, \ldots y^N)$

$$\text{si } U_i(x^i) \geq U_i(y^i) \text{ para todo } i \in \{1, \ldots, N\},$$

y

$$U_j(x^j) > U_j(y^j) \text{ para algún } j \in \{1, \ldots, N\}.$$

Una asignación de E es *eficiente* si no existe ninguna otra asignación de E que sea superior a ella en el sentido de Pareto.

Definición 2. Una asignación $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \ldots, \bar{x}^N)$ de E y un vector de precios $p \in R^M_+$ constituyen un *equilibrio competitivo* de E, si para todos los individuos $(i \in \{1, \ldots, N\})$ se cumple que:

$$\bar{x}^i \text{ maximiza a } U_i(x^i)$$

$$\text{bajo la restricción } px^i \leq pw^i$$

Proposición 1. En una economía de intercambio $E = \{(w^i, U_i)_{i \in (1, \ldots, N)}\}$, en que se cumplan las hipótesis H1-H3 sobre las preferencias del consumidor, existe al menos una asignación y un vector de precios,

$$[(x^1, x^2, \ldots, x^N); p]$$

que son equilibrio competitivo de E.

Proposición 2. Dadas las hipótesis H1-H3, si

$$[(x^1, x^2, \ldots, x^N); p]$$

son un equilibrio competitivo de E, la asignación $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ es eficiente.

III. Asignaciones equitativas.

Podemos pasar ahora a definir el concepto de asignación equitativa en una economía de intercambio. Diremos que una asignación es equitativa si en ella cada individuo considera que el vector de consumo que le ha correspondido es superior (le produce mayor utilidad) que cualquiera de los que han recibido, en la misma asignación, los demás consumidores. Formalmente,

Definición 3. Dada una economía de intercambio E, diremos que una asignación $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ de E es *equitativa* si y sólo si, para todo individuo $i \in (1, \ldots N)$, se cumple que:

$$U_i(x^i) \geq U_i(x^j), \text{ para todo } x^j \neq x^i \qquad (2)$$

Antes de analizar las implicaciones de esta definición, conviene hacer algunas puntualizaciones. En primer lugar, sobre el término

(1) Las condiciones impuestas son innecesariamente restrictivas. Se adoptan sólo para facilitar la exposición, ya que, aun dentro de ellas, se darán todos los fenómenos que nos interesa destacar. Para un tratamiento bajo condiciones generales, véase Varian [46].

(2) Los estudios sobre división equitativa tienen precedentes importantes en la literatura matemática. La introducción de nuestro concepto de equidad en economía parece deberse a Foley [16].

«equitativa». Lo hemos adoptado siguiendo a la literatura existente sobre el tema, pero está claro que podría discutirse largamente sobre la capacidad de una definición estrecha y formal como la presentada para captar todos los aspectos que habría que tener en cuenta para expresar en su plenitud los múltiples significados que se encierran detrás del término «equitativo» en el lenguaje habitual (y que, sin duda, variarán de un lector a otro). A nosotros nos servirá, por lo menos, como una etiqueta que nos permita referirnos de modo breve a las asignaciones que satisfacen los requisitos de la Definición 3. Pero hay más. Las asignaciones equitativas tienen una propiedad interesante: en ellas, cada individuo considera, desde su propia óptica (es decir, en términos de sus preferencias, representadas por su función de utilidad) que nadie ha resultado más favorecido que él en el reparto de los recursos disponibles. Esta «ausencia de envidia» puede no ser todo lo que haya que exigir de una asignación desde un punto de vista ético. Pero aquellas asignaciones capaces de garantizarla despertarán, sin duda, un consenso importante entre los miembros de la economía, y esto las hace especialmente atractivas.

Desde un punto de vista más técnico, observemos que nuestra definición de equidad no implica comparaciones interpersonales de utilidad. En efecto, para decidir si una asignación es o no equitativa, basta con que cada individuo compare los distintos vectores de consumo que la componen en términos de su *propia* función de utilidad. Y esto es importante, porque evitar aquellas comparaciones ha sido durante mucho tiempo uno de los principales propósitos —y obstáculos— para la economía normativa.

Finalmente, y en relación con lo anterior, observamos que la Definición 3 conduce a una división dicotómica del conjunto de asignaciones posibles de una economía, entre aquellas que son equitativas y las que no lo son. Esto puede aparecer como una limitación del criterio de equidad, al no permitir ordenar de un modo más matizado las distintas asignaciones: nuestra definición no permite hablar de que una asignación sea más o menos equitativa que otra. Sin embargo, la historia de la economía normativa es rica en ejemplos de criterios que, por su excesiva ambición, se han mostrado irreducibles a un tratamiento analítico coherente. Y, en este sentido, la relativa insensibilidad del criterio de equidad como procedimiento para discriminar entre asignaciones aparece más bien como uno de sus activos, porque —como veremos— nos permite adelantar algo en terrenos donde otros criterios más ricos no habían conseguido entrar. Volveremos sobre ello más adelante (3).

La primera cuestión que se plantea ante una definición como la que acabamos de proponer se refiere a su coherencia interna. ¿Existen objetos —en este caso, asignaciones— capaces de satisfacerla? Las demostraciones de existencia en economía suelen exigir la utilización de técnicas avanzadas y argumentos complejos. En nuestro caso, sin embargo, podemos garantizar que siempre existirá, al menos, una asignación equitativa: la igualitaria.

Dada una economía de intercambio E, la *asignación igualitaria* es aquella en que cada agente recibe la misma cantidad de cada bien que todos los demás. Es decir, aquella asignación $(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2, ..., \tilde{x}^N)$ en que, para todo $i \in \{1,...,N\}$, y todo $j \in \{1,...,M\}$, se cumple

$$\tilde{x}_j^i = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{N} w_j^h$$

Proposición 3. En toda economía de intercambio E, la distribución igualitaria es siempre equitativa.

La demostración es trivial. Basta comprobar que, al ser idénticos los vectores de consumo correspondientes a los distintos individuos, la utilidad que cada uno derivará del suyo propio será la misma que la que obtendría del correspondiente a cualquier otro agente, con independencia de cuáles sean sus preferencias.

Esto demuestra que la definición no es inconsistente. Pero, claramente, si la única asignación capaz de satisfacer el requisito de equidad fuese la igualitaria, poco rendimiento tendría nuestro aparato formal: porque, en tal caso, lo único que habríamos hecho habría sido identificar una propiedad que satisfacen ciertas asignaciones —las igualitarias— cuyo

---

(3) Véase la Sección 2 de la Parte II.

interés y singularidad son evidentes sin necesidad de aquel aparato. Esto nos lleva a preguntarnos: *¿existen, en general, otras asignaciones equitativas que no sean la igualitaria?*

Antes de dar una respuesta afirmativa a esta pregunta, resulta oportuno presentar un argumento heurístico. Para ello, nos valdremos de una representación gráfica (4), en una caja de Edgeworth, que nos permitirá apreciar por qué, en general, existirán numerosas asignaciones equitativas; y que ilustra claramente el tipo de restricciones impuestas por nuestra definición para que una asignación resulte equitativa.

Sea x, en la Fig. 2, una asignación cualquiera. Para determinar si es equitativa, consideremos la siguiente construcción auxiliar. Sea C el centro de gravedad de la caja (que representaría, por tanto, a la asignación igualitaria). Sea x' el punto simétrico al x con respecto a C. Es fácil comprobar que, en este caso, x' representa una asignación en que cada agente recibe, como vector de consumo, precisamente aquél que recibía, en x, el otro consumidor. Para que x fuese equitativa debería encontrarse sobre curvas de indiferencia de cada agente que representasen mayores niveles de satisfacción que las correspondientes al punto x'. Así ocurre, efectivamente, en la Fig. 2 donde x es equitativa. En cambio, y por un argumento simétrico, x' no lo será, ya que ambos individuos, en x', se envidiarían mutuamente. En la Fig. 3, ni la asignación x ni la x' son equitativas, porque en cada una de ellas hay un individuo que envidia al otro. Finalmente, en la Fig. 4 se presenta una situación en que tanto x como su simétrica x' serían equitativas.

A la vista de las construcciones anteriores, cabe esperar que haya asignaciones equitativas distintas de la igualitaria en muchos casos. Así es, en efecto, como demostramos en la siguiente sección. Antes de hacerlo, será útil plantear otras preguntas relacionadas, a las que podremos dar respuesta simultáneamente.

(4) Esta construcción se encuentra en Kolm [25].

FIG. 2

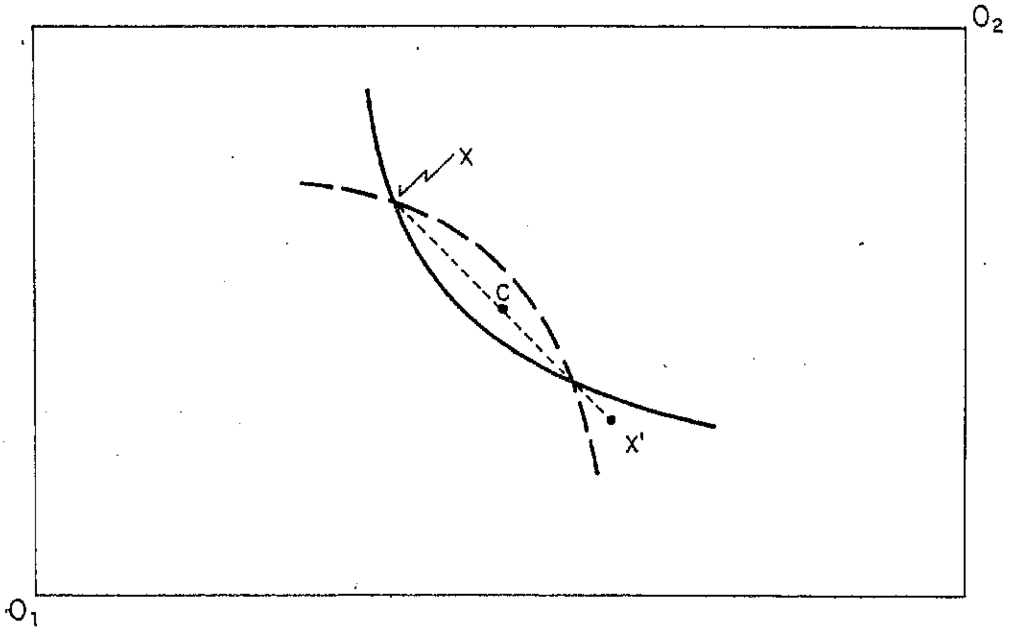


FIG. 3

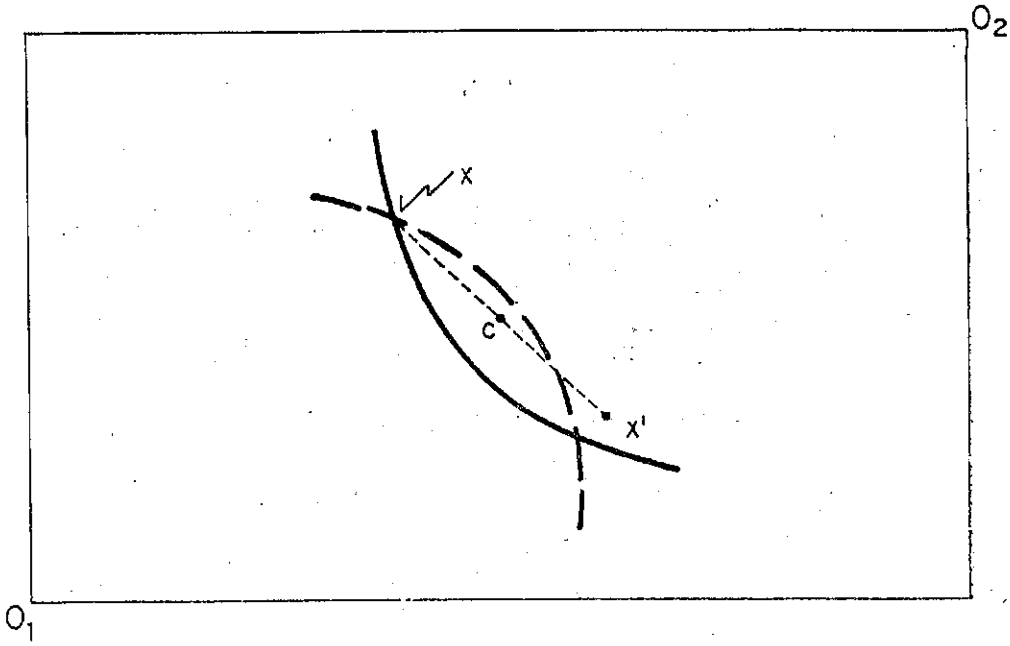
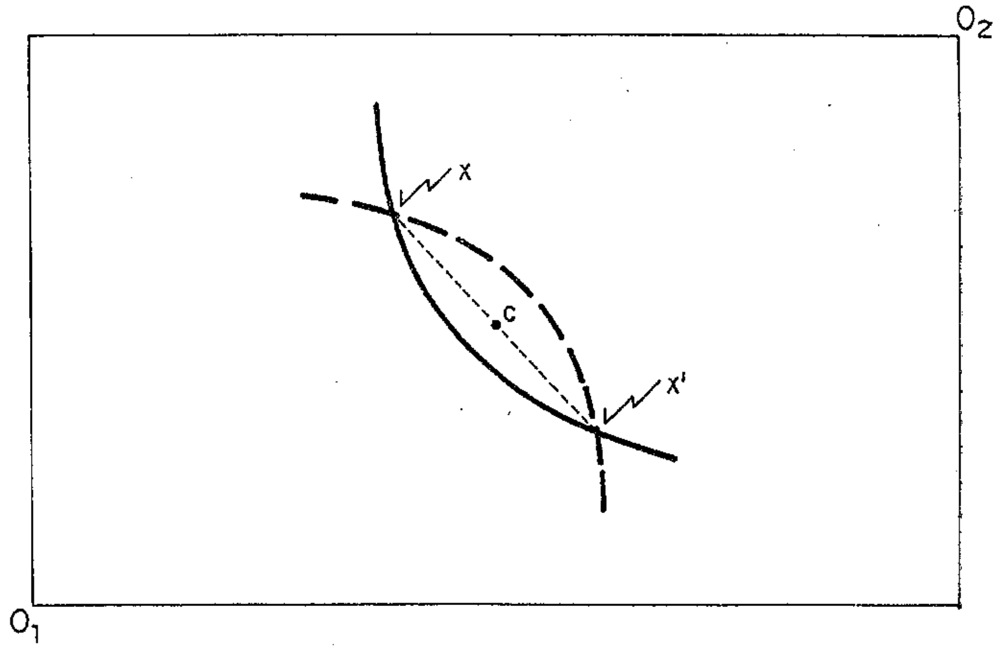


FIG. 4



IV. Asignaciones equitativas y eficientes.

Una de las razones por las que interesa determinar si existen asignaciones equitativas distintas de la igualitaria es porque esta última no será eficiente más que en casos muy particulares. Y hemos visto que, aun cuando insuficiente, sobre todo desde un punto de vista ético, la eficiencia paretiana constituye un requisito mínimo a imponer sobre asignaciones. De ahí surge una nueva cuestión, relacionada con la anterior: *¿existen, en general, asignaciones que sean a la vez eficientes y equitativas?*

Y si esta segunda tuviese respuesta afirmativa, podríamos preguntarnos una tercera cuestión: *¿existen mecanismos de asignación de recursos capaces de conducir a una economía hacia asignaciones a la vez eficientes y equitativas, y bajo qué condiciones?*

Podemos dar una respuesta parcial, que después cualificaremos, a las tres preguntas que acabamos de hacernos, a través de la siguiente Proposición y de los argumentos utilizados para demostrarla.

Proposición 4. En una economía de intercambio E donde se satisfagan las hipótesis H1-H3, existen asignaciones a la vez eficientes y equitativas.

Demostración. Sea $E = \{(U_1, w^1), (U_2, w^2), \ldots, (U_N, w^N)\}$ la economía en cuestión.

Construiremos otra economía auxiliar

$E' = \{(U_1, \tilde{w}^1), (U_2, \tilde{w}^2), \ldots, (U_N, \tilde{w}^N)\}$, de modo que

1) Cada agente tiene la misma función de utilidad en E′ que en E, y

2) Los recursos totales de la economía son los mismos en E′ que en E, y están distribuidos en E′ de modo igualitario. Es decir,

$$\tilde{w}^1 = \tilde{w}^2 = \ldots = \tilde{w}^N = {}^1/_N \sum_{i=1}^{N} w^i$$

Sea ahora

$$[(\overline{x^1}, \overline{x^2}, \ldots, \overline{x^N}); p]$$

un equilibrio competitivo de E′. Sabemos que tal equilibrio existe en virtud de la Proposición 1. Vamos a probar que, en tal caso,

$$(\overline{x^1}, \overline{x^2}, \ldots, \overline{x^N})$$

es una asignación eficiente y equitativa en E′. Es eficiente por la Proposición 2. Y es equitativa porque, al ser

$$[(\overline{x^1}, \overline{x^2}, \ldots, \overline{x^N}); p]$$

un equilibrio competitivo de E′,

a) para todo $i \in \{1, \ldots, N\}$ se cumple que $U_i(\overline{x^i}) \geqslant$ $\geqslant U_i(x^i)$ para cualquier x^i tal que $px^i \leqslant p\tilde{w}^i$, y

b) para cualquier $\overline{x^j}$, y dado que $\tilde{w}^i = \tilde{w}^j$, $p\overline{x^j} \leqslant$ $\leqslant p\tilde{w}^j = p\tilde{w}^i$

y, por tanto,

$U_i(\overline{x^i}) \geqslant U_i(\overline{x^j})$, como exige la condición de equidad.

Observemos, finalmente, que si

$$(\overline{x^1}, \overline{x^2}, \ldots, \overline{x^N})$$

es equitativa y eficiente en E′ lo será también en la economía original E, puesto que los conceptos de eficiencia y equidad no dependen de las dotaciones de recursos de cada individuo en particular, sino sólo de las preferencias de cada agente y de los recursos totales de la economía, aspectos ambos en los que coinciden E y E′ por construcción. Esto completa la demostración.

Consideremos el contenido de la Proposición 4. Por una parte, nos confirma que, al menos bajo las hipótesis en que nos movemos, existirán asignaciones equitativas y eficientes para cualquier economía de intercambio E.

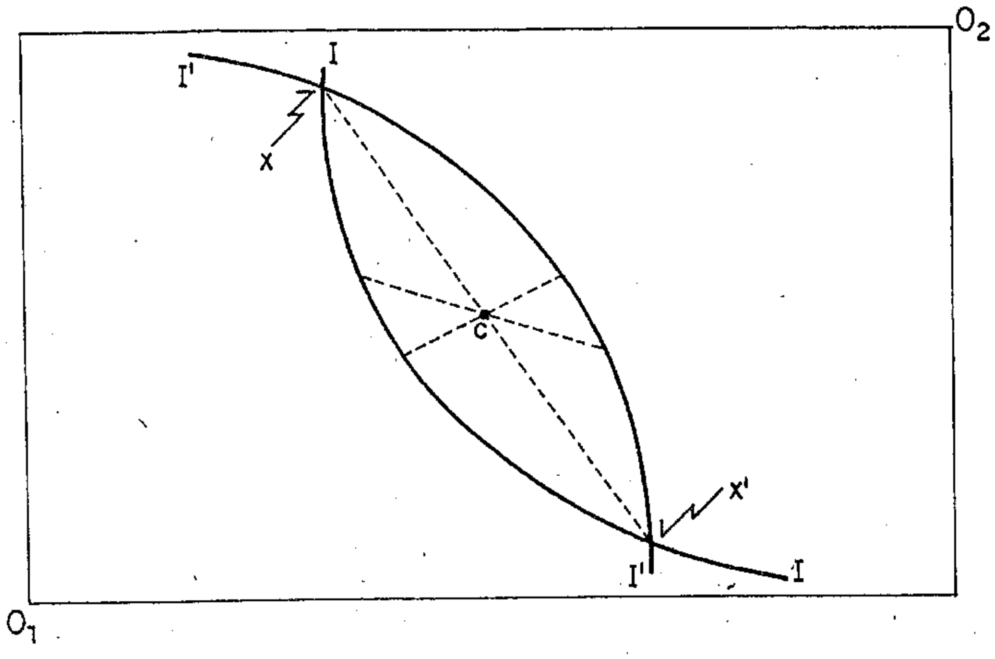
Además, tales asignaciones no serán, en general, igualitarias, porque sabemos que en la mayoría de los casos la asignación igualitaria no es eficiente.

Con todo, dicha asignación retiene un papel importante: las asignaciones eficientes que hemos localizado son, precisamente, las que resultarían de un proceso competitivo, a partir de una dotación inicial de recursos en que todos los agentes tuviesen idénticas cantidades de cada bien. Y esto, a su vez, apunta hacia una primera respuesta acerca de qué mecanismos de asignación de recursos serían capaces de garantizar la eficiencia y la equidad de sus resultados: el mecanismo competitivo podría hacerlo, con tal de que se garantizase que la dotación inicial de recursos fuese igualitaria.

En la siguiente Sección insistiremos sobre este último punto. Antes, sin embargo, vamos a ilustrar gráficamente, valiéndonos del caso particular de economías con dos agentes y dos bienes, el contenido de las proposiciones que hemos ido demostrando (5). Para ello, conviene fijar la atención en aquellas asignaciones que satisfagan la siguiente propiedad: que uno de los agentes, digamos el 1, sea indiferente entre su vector de consumo y el que le corresponde, en esta misma asignación, al otro miembro de la economía. En una caja de Edgeworth dichas asignaciones vendrán representadas por puntos que se encuentran sobre la misma curva de indiferencia del correspondiente individuo que sus simétricos, respecto al centro de la caja, como el *x* de la figura 5.

Un modo sistemático de localizar puntos, como el *x*, que satisfagan esta propiedad, dadas las dimensiones de la caja (los recursos totales de la economía) y el mapa de indiferencia del individuo, es el siguiente. Fíjese un nivel de utilidad, escogiendo la correspondiente curva de indiferencia (por ejemplo, la II de la Fig. 5). Determínese, para cada punto de esta curva, su simétrico respecto al centro de la caja. El conjunto de tales puntos (I'I' en la Fig. 5) representa aquellas asignaciones en que el individuo 1

FIG. 5



le atribuye a los vectores de consumo de 2 la misma utilidad que él deriva de aquellos que se encuentran sobre la curva de indiferencia inicial. Las intersecciones entre cada curva de indiferencia y sus simétricas así construidas (*x* y *x'* en la Fig. 5) cumplirán, de encontrarse en el interior de la caja, la propiedad deseada.

Sea ahora P_1P_1 el conjunto de todos los puntos que, como los *x* y *x'* de nuestra Figura 5, representan asignaciones en las que el individuo 1 es indiferente entre su vector de

(5) Véase Kolm [25], págs. 47-50.

consumo y el del otro agente. Este lugar geométrico será claramente simétrico respecto al centro de la caja y pasará por éste (que representa a la asignación igualitaria), cualquiera que sea la forma concreta de las funciones de utilidad individuales.

Bajo nuestras hipótesis sobre dichas funciones, este lugar geométrico será, además, una curva continua, como la representada en la Fig. 6, que divide a la caja de Edgeworth en dos sectores, con la siguiente propiedad: todos los puntos por debajo de P_1P_1 representan asignaciones en las que 1 envidia a 2, mientras que, en las que quedan por encima de P_1P_1, el primer individuo considera que su vector de consumo es superior al del segundo.

Sea ahora P_2P_2 el lugar geométrico formado por aquellos puntos que representan asignaciones para las cuales el segundo agente sería indiferente entre su vector de consumo y el del primero. Por idénticas razones, en la Figura 7 podemos distinguir entre aquellas asignaciones en que 2 envidia a 1 y aquellas en que no le envidia.

Finalmente, al considerar simultáneamente los requisitos de equidad, de que ningún agente envidie al otro, quedarían determinados los puntos que representan asignaciones equitativas en nuestro caso, por intersección de las dos regiones delimitadas por P_1P_1 y P_2P_2 (véase la Fig. 8, formada por intersección de las 6 y 7).

Podríamos investigar más a fondo las propiedades de P_1P_1 y P_2P_2 y de sus correspondientes generalizaciones para el caso de N individuos, a fin de profundizar en las propiedades del conjunto de asignaciones equitativas, pero nos limitaremos a utilizar la representación gráfica obtenida en la Fig. 8 para ilustrar los resultados ya alcanzados y motivar nuevas cuestiones.

Observemos en primer lugar, que aparecen asignaciones equitativas distintas a la igualitaria. Sabemos ya, también, que las habrá a la vez equitativas y eficientes. Por tanto, habrá algún punto común entre el lugar geométrico de los puntos que representan asignaciones equitativas y el de los que corresponden a

FIG. 6

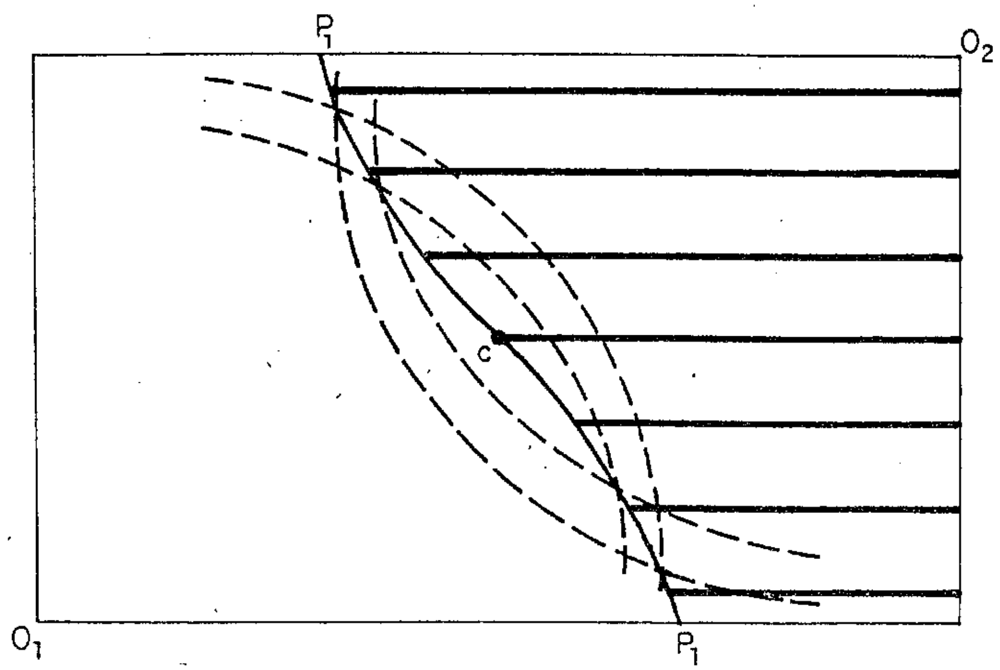


FIG. 7

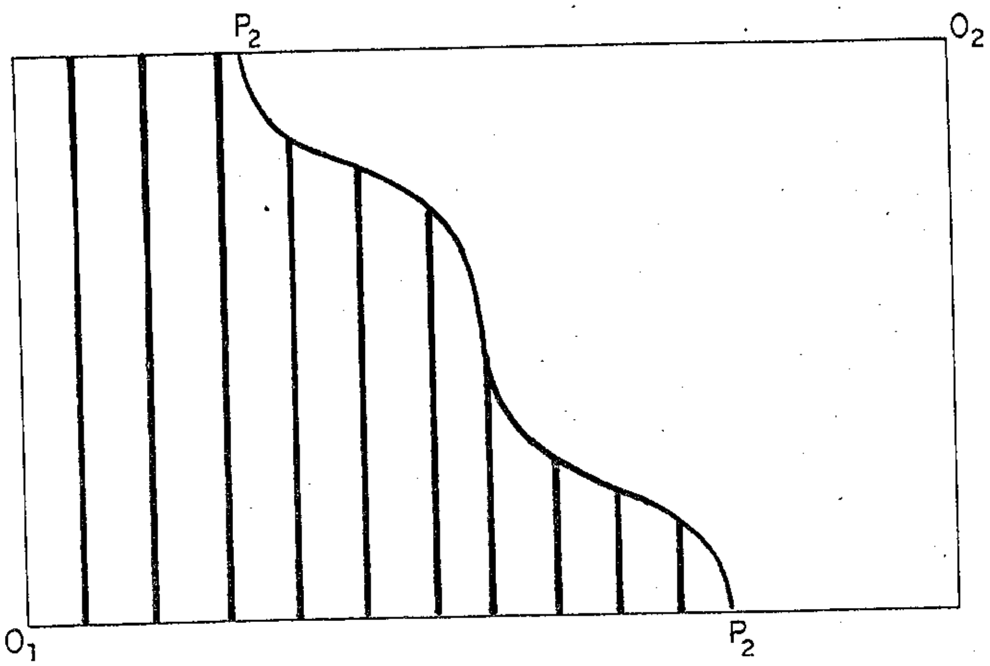
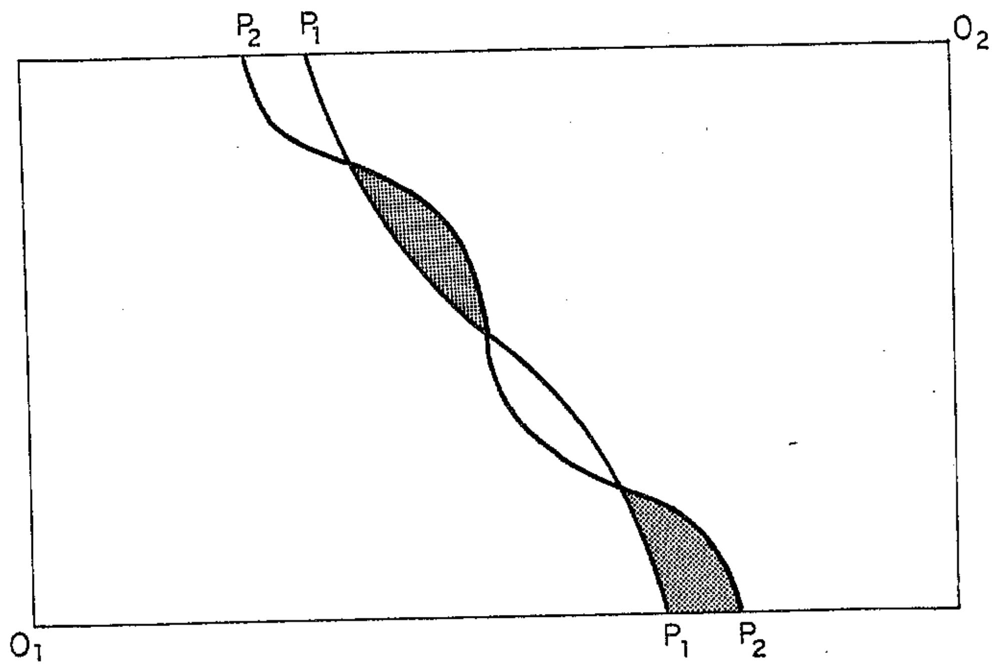


FIG. 8



asignaciones eficientes (MM' en la Fig. 9). Entre estos puntos se contará, en particular, el correspondiente a la asignación competitiva desde la distribución igualitaria (en la Figura 9, el punto $\bar{x}$, que sería de equilibrio a precios relativos determinados por la pendiente de la recta pp).

V. Equidad y asignaciones competitivas. Intercambios equitativos.

Ya hemos visto, en la demostración de la Proposición 4, que las asignaciones de equilibrio competitivo asociadas con economías de intercambio cuyos recursos iniciales están distribuidos igualitariamente son eficientes y equitativas. Esto constituye una información valiosa, pero limitada. Indica que el funcionamiento del mecanismo competitivo, al menos en este caso, no destruye la equidad de la situación de partida, a la vez que favorece que los recursos se reasignen más eficientemente a través del proceso de cambio. Pero está claro que la asignación igualitaria constituye un caso muy particular, incluso entre aquellas que son equitativas. Sería interesante saber si aquel mecanismo es capaz de conducir hacia asignaciones equitativas partiendo de otras distribuciones iniciales de recursos. Desde luego, no lo hará para cualquier distribución inicial: el mecanismo competitivo, por sí solo, no siempre podría corregir la falta de equidad de las dotaciones iniciales. Pero ¿y cuando dichas dotaciones representen una distribución equitativa de los recursos? ¿Se mantendrá entonces la equidad en los equilibrios finales? En general, no tiene por qué ser así.

FIG. 9

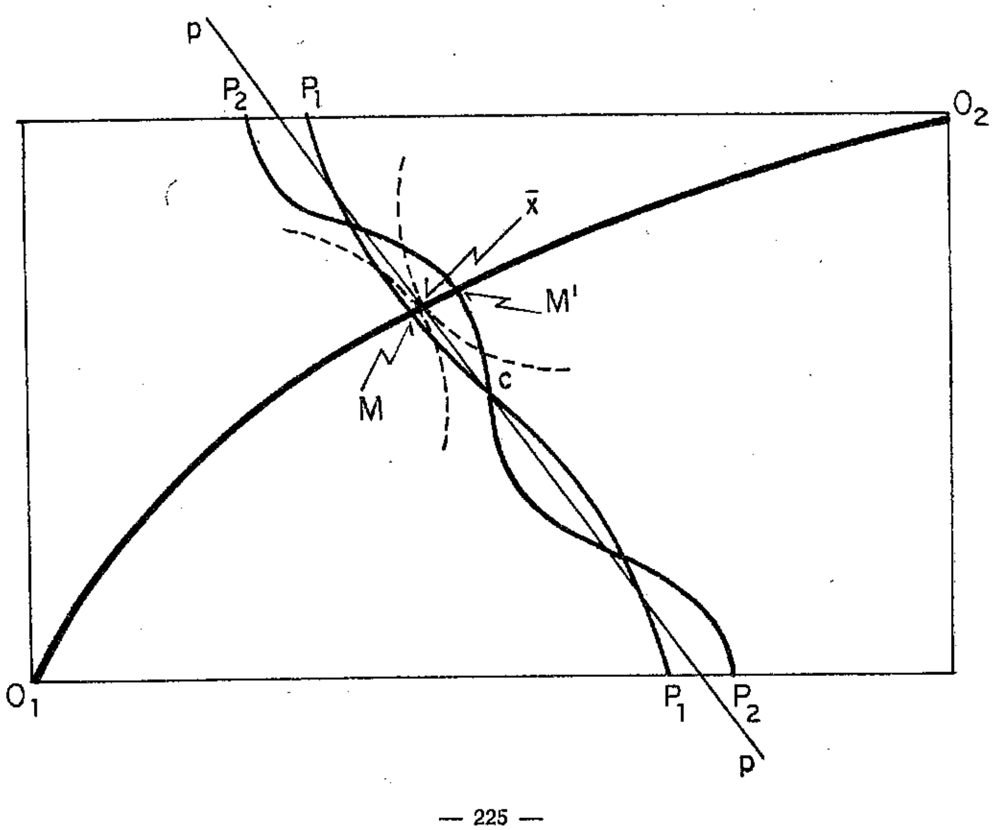
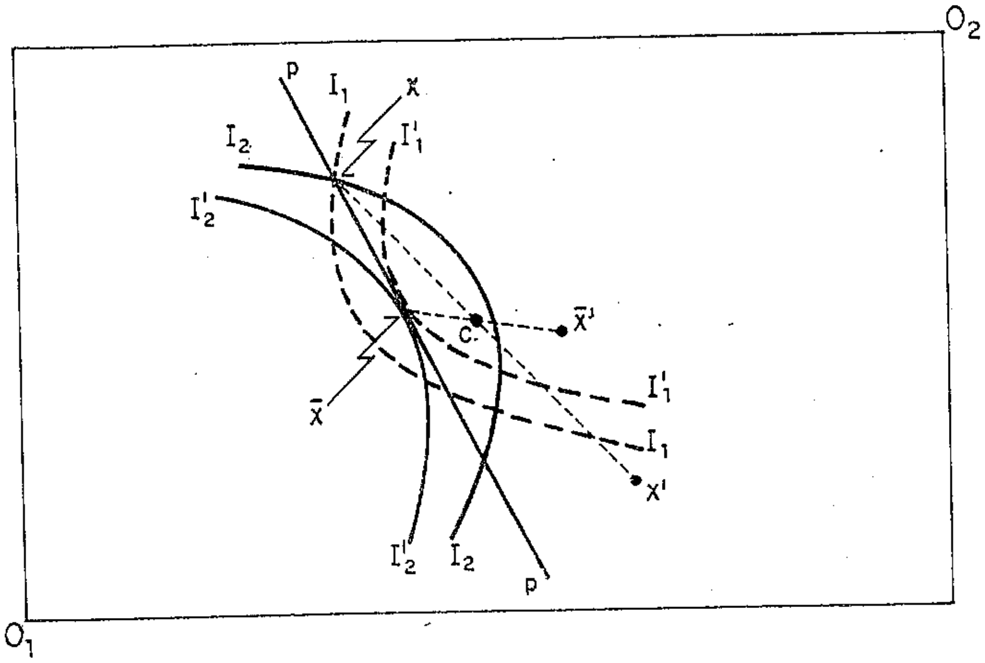


FIG. 10



Proposición 5 (6). Es posible que las asignaciones de equilibrio competitivo asociadas con una economía de intercambio E no sean equitativas, aunque lo sea la dotación inicial de recursos.

Demostración.—Bastará con exhibir una economía de intercambio cuya dotación inicial de recursos sea equitativa, pero cuya asignación de equilibrio competitivo no lo sea. Esto se hace en la Fig. 10 para una economía con dos agentes y dos bienes.

Este resultado es el primero de una serie que nos va a conducir hacia una visión bastante pesimista acerca de la posibilidad de compatibilizar los objetivos de eficiencia y equidad, y de hacerlo sistemáticamente a través de mecanismos de asignación de recursos conocidos. Antes de seguir en esta dirección, consideremos dos aspectos sobre los que arroja luz el ejemplo anterior.

El primer aspecto a destacar es que los equilibrios competitivos asociados con una distribución igualitaria de los recursos iniciales tienen propiedades que les son exclusivas. Ya hemos visto que siempre serán equitativas, mientras que para otras asignaciones iniciales no tiene por qué ser así. Veamos ahora otra característica distintiva (7).

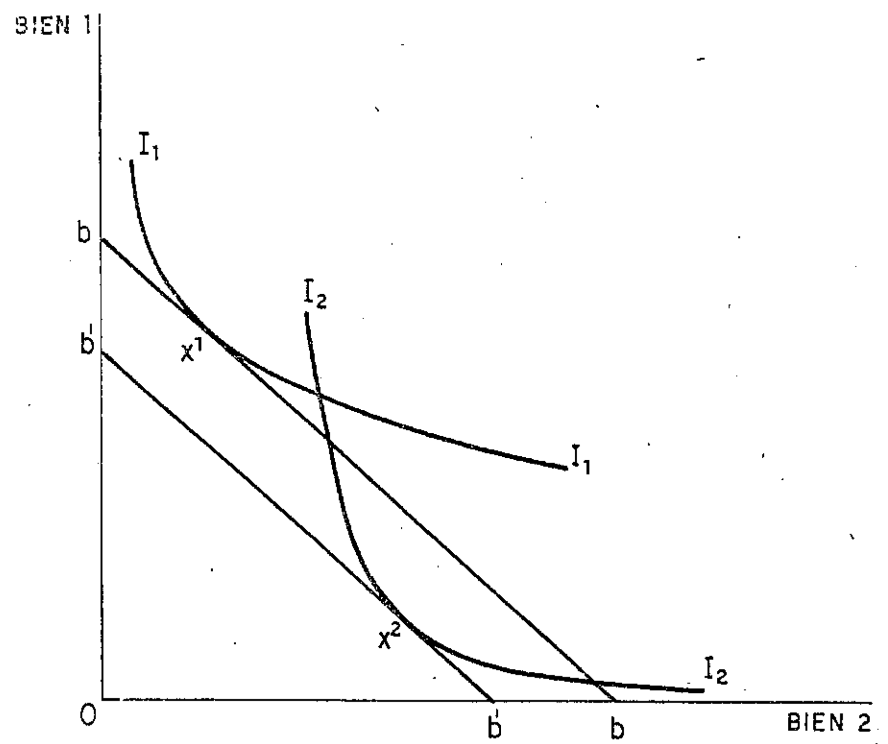
Consideremos, de nuevo, una economía con dos bienes y dos individuos, pero representemos ahora los vectores de consumo correspondientes a cada agente en un mismo sistema de coordenadas. En la Fig. 11, la asignación de recursos en que el primer agente recibe x^1 y el segundo x^2 será equitativa, de acuerdo con nuestra definición, si las curvas de indiferencia I_1 I_1 e I_2 I_2, correspondientes a los dos agentes y que pasan, respectivamente, por x^1 y por x^2, son como las ahí representadas.

Supongamos que estas asignaciones se han alcanzado como resultado de un proceso competitivo y que x^1 y x^2 maximizan, por tan-

(6) Esta Proposición se demuestra en [15].

(7) El argumento que sigue se debe a Varian [47].

FIG. 11



to, las utilidades de 1 y 2 bajo sus respectivas restricciones de balance, para un sistema común de precios relativos asociados con la pendiente de las rectas *bb* y *b'b'*. La asignación formada por los vectores x^1 y x^2 seguirá siendo equitativa, según nuestra definición, puesto que ésta no depende del modo como cada individuo la haya alcanzado. Pero si introducimos en nuestro análisis al procedimiento de asignación de recursos, además de sus resultados, entonces nuestra definición de equidad pierde parte de su atractivo. Porque, en efecto, el individuo 2 no envidiará al 1 directamente, en vista del vector de consumo que éste ha escogido, pero sí indirectamente, porque de haber tenido las mismas posibilidades que él (es decir, la misma recta de balance) hubiese podido adquirir un vector de consumo mejor, desde su punto de vista, al x^2. Esto no hubiese ocurrido si la situación fuese como la representada en la Figura 12.

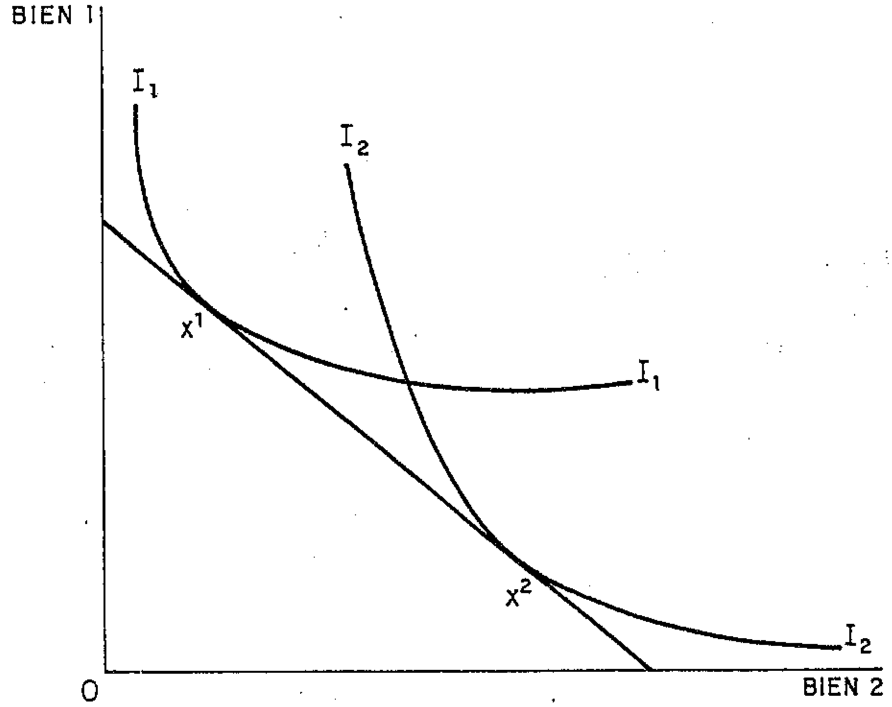
Aquí, ni 1 ni 2 se envidian, ni directa ni indirectamente. Para formalizar la distinción entre estas dos situaciones, podríamos definir un nuevo concepto: *el de asignaciones equitativas desde el punto de vista de las oportunidades*. Y está claro que, bajo nuestras hipótesis, una asignación $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ sólo satisfará este requisito, más restrictivo que el de equidad propuesto anteriormente, si existe un sistema de precios p tal que

$$[(x^1, x^2, \ldots, x^N); p]$$

sea un equilibrio competitivo y, además $px^i = px^j$ para cada par de individuos i, j. Es decir, si para los precios de equilibrio, los vectores de consumo de cada individuo implican que todos ellos tienen la misma renta, aunque la hayan utilizado de modos distintos.

Pues bien: las asignaciones de equilibrio alcanzadas a partir de dotaciones iniciales igualitarias satisfarán esta condición automá-

FIG. 12



ticamente, cualquiera que sea el sistema de precios de equilibrio. Mientras que, partiendo de dotaciones iniciales distintas, sólo se dará la igualdad de rentas a precios de equilibrio, y, por tanto, la equidad desde el punto de vista de las oportunidades, bajo circunstancias excepcionales. En este sentido, las asignaciones eficientes y equitativas que hemos localizado a lo largo de la demostración de la Proposición 4 podrían considerarse «especialmente» equitativas.

Otro aspecto que la Proposición 5 pone de relieve es que no podemos afirmar, en general, que el mecanismo competitivo mantenga, a lo largo de su funcionamiento, la equidad de sus situaciones de partida. Las ganancias, en términos de eficiencia, que reporta el proceso de intercambio, pueden venir contrarrestadas por una pérdida de equidad. ¿Acaso son los intercambios realizados los que no son equitativos en este caso? De momento no tenemos una definición adecuada para distinguir entre los intercambios que son equitativos y los que no lo son. Intentaremos, pues, una definición de equidad, paralela a la que ya tenemos para asignaciones, y que se refiera al propio proceso de intercambio. Y, provistos de tal definición, procuraremos aclarar la relación que existe entre la equidad de las asignaciones y la de los intercambios a través de los que puede pasarse de unas a otras.

Sea E una economía de intercambio, y $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ una asignación de E. Diremos que $(t^1, t^2, \ldots, t^N)$, donde $t^i \in R^M$, es un *vector de intercambios netos desde* $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ si

(1) para todo $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$ y todo $j \in \{1, 2, \ldots, M\}$
$t_j^i \geqslant -x_j^i$, y

(2) $\sum_{i=1}^{N} t_j^i = 0.$

En esta definición, t_j^i, representa las cantidades netas cedidas o adquiridas por el individuo i del bien j (según que t_j^i sea negativo o positivo). La condición 1) exige que ningún individuo ceda, desde $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$, una cantidad mayor de ningún bien que aquella de que dispone en dicha asignación. La condición 2), a su vez, indica que las cantidades netas totales de cada bien cedidas por unos individuos deben igualarse a las adquiridas por otros.

En el mismo espíritu de nuestra definición de equidad para asignaciones, diremos que un vector de intercambios netos desde $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ es equitativo si cada individuo considera que sus propios intercambios le conducen a una situación superior que aquellas a que le hubiesen llevado los intercambios realizados por otros agentes y que a él le hubiesen sido también posibles. Formalmente,

Definición 4 (8). Un *vector de intercambios netos* $t = (t^1, t^2, \ldots, t^N)$ desde $(x^1, x^2, \ldots, x^N)$ es *equitativo* si para todo $i \in \{1, \ldots, N\}$, se cumple que:

$U_i(x^i + t^i) \geqslant U_i(x^i + t^j)$, para todo t^j tal que $t_h^j \geqslant -x_h^i$ para todo h.

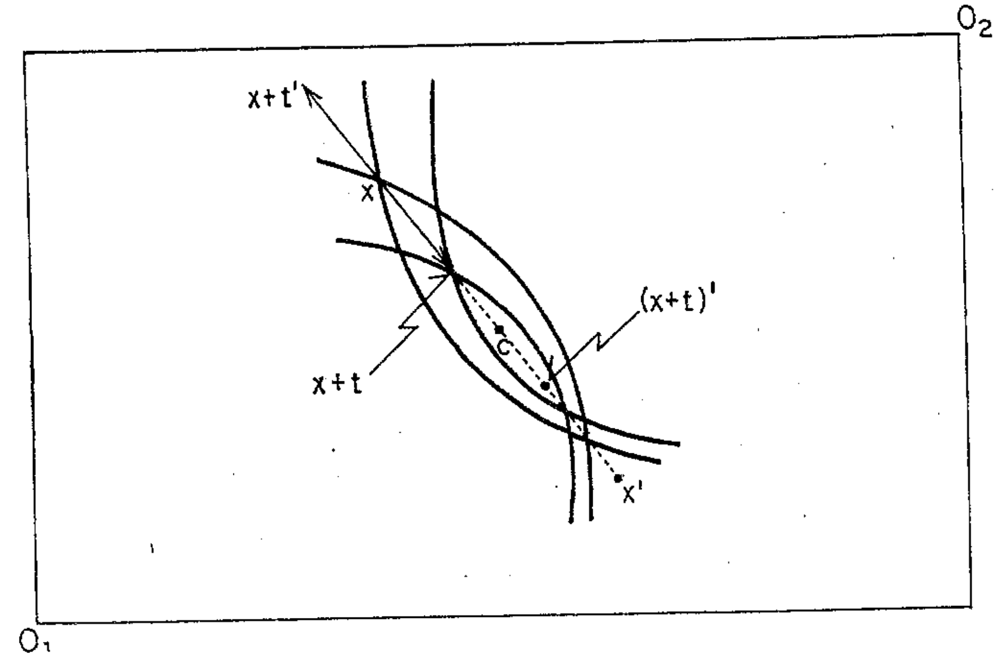
Ya hemos visto que los intercambios conducentes hacia un equilibrio competitivo pueden destruir la equidad de la asignación inicial de recursos. Ahora que tenemos una noción precisa de equidad referida a intercambios, podemos preguntarnos por la relación entre la equidad de las asignaciones y la de los intercambios realizados para pasar de una a otra. Y sería natural suponer que si, partiendo de una asignación equitativa, se llevan a cabo intercambios equitativos, la nueva asignación resultante también debiera serlo. Pero esta conjetura no tiene por qué ser cierta, como lo indica la siguiente proposición:

Proposición 6 (9). Es posible que la asig-

(8) Véase [15] y [34].

(9) Esta Proposición se demuestra en [15].

FIG. 13 (10)



(10) En esta figura y en la siguiente el punto $x + t'$ representa la asignación que se alcanzaría desde x si cada agente llevase a cabo el intercambio que en t le corresponde al otro. Por tanto, t es equitativo si $x + t'$ es posible (pertenece a la caja de Edgeworth), y tanto 1 como 2 prefieren $x + t$ a $x + t'$.

nación resultante de un vector de intercambios netos equitativos a partir de una asignación también equitativa no sea equitativa.

Demostración. Bastará, como en el caso de la Proposición 5, con exhibir un contraejemplo, el de la Fig. 13.

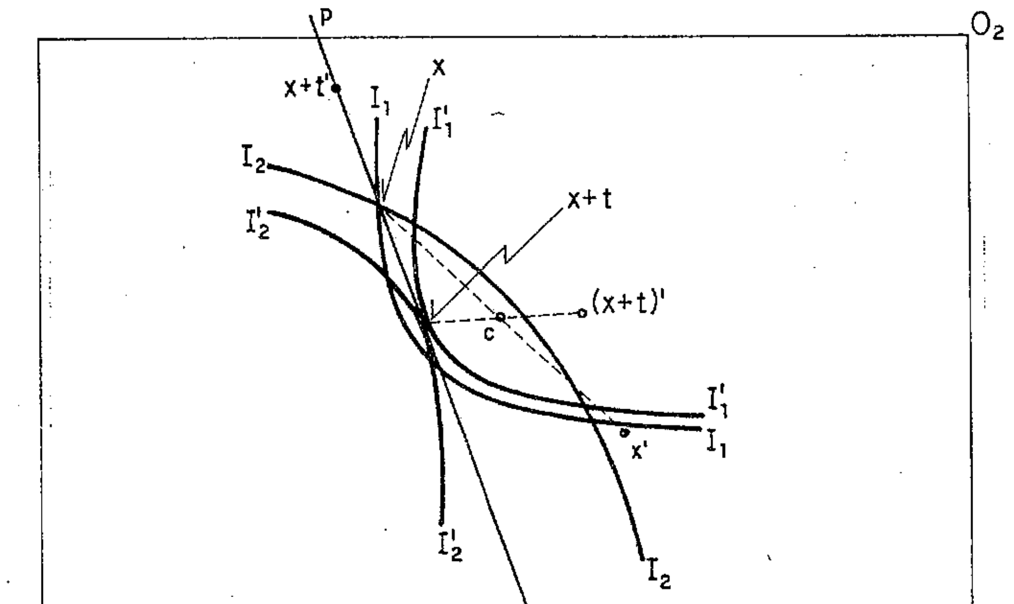
Obsérvese que, en este caso, la asignación final no es de equilibrio competitivo (ya que no es eficiente, y en vista de la Proposición 2). ¿Cambiaría en algo la situación si restringiésemos nuestra atención a intercambios realizados para alcanzar situaciones de equilibrio desde dotaciones iniciales equitativas? No, en general, como expresa la siguiente versión reforzada de la proposición anterior, y que amplía también las conclusiones negativas de la Proposición 5.

Proposición 6'. Es posible que las asignaciones de equilibrio competitivo asociadas con una economía de intercambio E no sean equitativas, aunque lo sean la dotación inicial de recursos y el vector de intercambios netos necesario para pasar de una a otra.

Demostración. Considérese la economía representada en la Fig. 14.

Interpretemos estos resultados. Podemos verlos desde una doble vertiente. Por una parte, pueden entenderse, simplemente, como un modo de poner en evidencia que las definiciones de equidad referidas a asignaciones y vectores de intercambio netos no son coherentes una con otra. Desde este punto de vista, los resultados paradójicos que acabamos de exponer no serían sino reflejo de que las definiciones en que se basan son inadecuadas. Es posible que así sea, al menos en parte: de hecho, ambas definiciones se propusieron por separado en la literatura, y sólo más adelante se descubrió que entre ellas podrían darse conflictos, aun cuando se basaran en la aplicación de un mismo criterio genérico: la comparación de objetos (vectores de consumo o de intercambio, según el caso) en términos de la función de utilidad de cada uno de los miembros de una economía.

FIG. 14



Pero más interesante parece una segunda interpretación, más sustantiva, de los resultados. Según ésta, lo que nos dicen proposiciones como la 5, 6 y 6' es hasta qué punto son frágiles los requisitos de equidad. Para garantizar que los estados finales de una economía competitiva sean equitativos no basta con asegurarnos de que los recursos sociales estén equitativamente distribuidos; tampoco basta con controlar los procesos de intercambio, exigiendo que éstos se realicen bajo condiciones equitativas, ni es tampoco suficiente controlar simultáneamente uno y otro aspecto. Las condiciones de equidad son difíciles de satisfacer, y no parece fácil encontrar soluciones mecanicistas para garantizar su cumplimiento.

VI. Eficiencia y equidad en economías productivas.

Hasta aquí nos hemos referido a economías de intercambio. Y hemos visto cómo, ya en este marco simplificado, se plantean serios problemas para garantizar que se alcancen asignaciones a la vez equitativas y eficientes. Pero, al menos, existen asignaciones con estas propiedades, y esto deja abierto el camino en diversas direcciones. De un lado, cabe la posibilidad de encontrar procedimientos de asignación de recursos que, aunque distintos de los conocidos y, en particular, distintos al competitivo, pudiesen llevarnos hacia ellas de modo sistemático. O, en último término, dichas asignaciones podrían obtenerse como resultado de acciones redistributivas por parte del estado u otro agente creado a tal fin.

Cuando consideramos explícitamente que los recursos finales disponibles en una economía son el resultado de actividades productivas, y que las aportaciones de los distintos individuos a tales actividades pueden ser distintas, surge un nuevo problema; como veremos, incluso en casos muy sencillos y sin anomalías aparentes, *existen economías productivas donde ninguna asignación es, a la vez, eficiente y equitativa.*

Antes de sustanciar esta afirmación, señalemos inmediatamente que no es del todo sorprendente. En efecto, cuando los recursos disponibles dejan de considerarse como datos, y pasan a verse como resultado de procesos productivos específicos, intervienen consideraciones nuevas: no sólo es importante lo que cada individuo recibe, sino también la medida en que ha contribuido a la producción. Y, en tanto que nuestra definición de equidad se apoya fuertemente en nociones de simetría en el tratamiento de los distintos agentes, los requisitos de eficiencia exigirán de éstos aportaciones desiguales, cuando sean distintas sus capacidades productivas. Mientras no atendíamos al origen de los bienes disponibles era muy natural que considerásemos equitativas a las asignaciones capaces de tratar a cada individuo como el «más favorecido» desde su punto de vista. Pero este argumento perderá fuerza, cuando pasemos a tener en cuenta que algunos de ellos son más capaces que otros, y que en situaciones eficientes se habrá utilizado en mayor cuantía su esfuerzo que el de los demás.

Precisamente porque el resultado que presentaremos en este contexto más general, de economías productivas, es esencialmente negativo, vamos a exponerlo a través de un ejemplo sencillo. En efecto: si aun para casos especialmente simples como el que vamos a presentar se plantean dificultades, no es de esperar que éstas se resuelvan por el mero hecho de complicar las situaciones de partida.

Ejemplo: *Una economía de producción en que no existen asignaciones (estados) a la vez eficientes y equitativas* (11).

Hay dos consumidores, un bien de consumo y dos tipos de trabajo. Las decisiones de producción y de consumo por parte de cada consumidor vendrán expresadas mediante vectores en R^3, de forma (x, y, z), donde x representa la cantidad de trabajo del primer tipo, y representa la cantidad cedida de trabajo del segundo tipo y z la cantidad consumida del bien. Un estado económico es un par $[(x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2)]$, que especifica las decisiones de trabajo y de consumo de cada

(11) Este ejemplo se debe a Pazner y Schmeidler [30]. En el mismo trabajo se presenta otro ejemplo, referido a una versión distinta del concepto de equidad en economías productivas. También en Varian [46] se presentan ejemplos de economías productivas sin asignaciones equitativas y eficientes, y definiciones alternativas de equidad para estos casos.

agente. Cada individuo tiene como dotación inicial una unidad de uno de los tipos de trabajo: el primer individuo sólo posee trabajo del primer tipo, y el segundo sólo posee trabajo del segundo tipo. Sus dotaciones iniciales de recursos, vienen, pues, dadas por:

$$w^1 = (1, 0, 0), \text{ y } w^2 = (0, 1, 0)$$

Las posibilidades productivas de la economía vienen dadas por la función de producción $z = x + 1/10\ y$.

Dados los recursos iniciales y las posibilidades productivas de esta economía, el conjunto P de los estados económicos *posibles* vendrá dado por:

$$P = \{[(x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2)] \mid y_1 = x_2 = 0;\ 0 \leqslant x_1 \leqslant 1;\ 0 \leqslant y_2 \leqslant 1;\ z_1, z_2 \geqslant 0;\ z_1 + z_2 = x_1 + 1/10\, y_2\}$$

Las funciones de utilidad que representan a los individuos vienen dadas por:

$$u_1(x_1, y_1, z_1) = 1 - x_1 + (11/10)\, z_1$$

y

$$u_2(x_2, y_2, z_2) = 1 - y_2 + 2\, z_2$$

Un estado económico

$$[(\overline{x}_1, \overline{y}_1, \overline{z}_1); (\overline{x}_2, \overline{y}_2, \overline{z}_2)]$$

es *eficiente* en el sentido de Pareto, para esta economía, si es posible y, además, no existe ningún otro estado también posible

$$[(\widehat{x}_1, \widehat{y}_1, \widehat{z}_1); (\widehat{x}_2, \widehat{y}_2, \widehat{z}_2)]$$

sic

tal que:

(1) $U_1(\widehat{x}_1, \widehat{y}_1, \widehat{z}_1) \geqslant U_1(\overline{x}_1, \overline{y}_1, \overline{z}_1)$,

(2) $U_2(\widehat{x}_2, \widehat{y}_2, \widehat{z}_2) \geqslant U_2(\overline{x}_2, \overline{y}_2, \overline{z}_2)$

y al menos una de las desigualdades 1) ó 2) se satisfagan estrictamente.

Veamos cuáles serían los estados eficientes en esta economía. Ya hemos dicho que deberían ser posibles y satisfacer, por tanto, las restricciones que definen a los estados en P.

Supongamos que:

$$[(\overline{x}_1, 0, \overline{z}_1); (0, \overline{y}_2, \overline{z}_2)]$$

fuese eficiente, y que $x_1 \neq 1$. Consideremos entonces el estado:

$$[(1, 0, \overline{z}_1 + 1 - \overline{x}_1); (0, \overline{y}_2, \overline{z}_2)]$$

El individuo 2 sería indiferente entre los dos estados (en ambos consume y produce lo mismo). El individuo 1 preferiría el segundo estado al primero, ya que:

$U_1(1, 0, \overline{z}_1 + 1 - \overline{x}_1) = (11/10)\ (\overline{z}_1 + 1 - \overline{x}_1)$ es mayor que $U_1(\overline{x}_1, 0, \overline{z}_1) = 1 - \overline{x}_1 + (11/10)\ \overline{z}_1$, puesto que $0 < 1 - \overline{x}_1 < 1$.

Además, el segundo estado sería también factible, ya que si lo es el primero, debe cumplirse que:

$$\overline{z}_1 + \overline{z}_2 = \overline{x}_1 + \frac{1}{10}\overline{y}_2$$

y, en tal caso, se cumplirá también que:

$$\overline{z}_1 + 1 - \overline{x}_1 + \overline{z}_2 = 1 + \frac{1}{10}\overline{y}_2$$

que sería, junto con las demás restricciones en términos de desigualdad, y que se cumplen obviamente, la condición de factibilidad para el segundo estado.

Así pues, es contradictorio suponer que, en un estado eficiente, x_1 sea distinto a la unidad. Y, por tanto, *en todo estado eficiente de nuestra economía, el individuo 1 deberá contribuir a la producción con la totalidad de su dotación de trabajo.*

Supongamos ahora que algún estado eficiente tuviese la forma:

$$[(1, 0, \overline{z}_1); (0, \overline{y}_2, \overline{z}_2)]$$

donde:

$$\overline{y}_2 > 0 \text{ y } \overline{z}_2 > 0$$

Sea ε el menor de los dos números positivos

$$\overline{y}_2 \text{ y } 10\, \overline{z}_2$$

Consideremos entonces el estado:

$$\left[(1, 0, \overline{z}_1); \left(0, \overline{y}_2 - \varepsilon, \overline{z}_2 - \frac{\varepsilon}{10}\right)\right]$$

El lector puede comprobar que esta última asignación será factible, de serlo la anterior.

Además, el individuo 1 sería indiferente entre las dos, puesto que en ambas recibe los mismos bienes y aporta la misma cantidad de trabajo. Mientras que el segundo individuo prefiere el último estado al primero, ya que:

$$U_2(0, \overline{y}_2, \overline{z}_2) = 1 - \overline{y}_2 + 2 z_2$$

es menor que:

$$U_2\left(0, \overline{y}_2 - \varepsilon, \overline{z}_2 - \frac{\varepsilon}{10}\right) = 1 - \overline{y}_2 + \varepsilon + 2\overline{z}_2 - \varepsilon/5$$

Así pues, es contradictorio suponer que, en un estado eficiente, se cumpla simultáneamente que:

$$\overline{y}_2 > 0 \text{ y } \overline{z}_2 > 0$$

Y, por tanto, *en todo estado eficiente de nuestra economía, si el individuo 2 aporta algún trabajo, no deberá consumir*

$$(\overline{y}_2 > 0 \rightarrow \overline{z}_2 = 0)$$

mientras que, si consume alguna cantidad positiva del bien z, no aportará a su producción

$$(\overline{z}_2 > 0 \rightarrow \overline{y}_2 = 0)$$

Tenemos, pues, finalmente, que habrá dos tipos posibles de estados eficientes en nuestra economía; toman las formas:

$$[(1, 0, \overline{z}_1); (0, \overline{y}_2, 0)] \text{ y } [(1, 0, \overline{z}_1); (0, 0, \overline{z}_2)]$$

Pasemos ahora a considerar qué asignaciones son equitativas en esta economía. Nuestra definición de equidad, en este caso, y en vista de que el «trabajo» no es un bien homogéneo, deberá matizarse adecuadamente: aquí vamos a considerar que cada individuo compara su asignación con la del otro, en términos de las cantidades de trabajo que una y otra exigen, pero sin tener en cuenta que el tipo de trabajo suministrado por el otro agente es, de hecho, cualitativamente distinto al propio.

Para comprobar si existen o no asignaciones equitativas y eficientes bastará con estudiar si son equitativas las que satisfacen las condiciones impuestas, en nuestro caso, por el requisito de eficiencia.

Para el primer caso, en que los estados eficientes son de la forma

$$[(1, 0, \overline{z}_1); (0, \overline{y}_2, 0)]$$

tenemos que

$$U_2(0, 1, \overline{z}_1) = 2\overline{z}_1$$

es mayor que:

$$U_2(0, \overline{y}_2, 0) = 1 - \overline{y}_2$$

ya que, para que este estado sea posible (y, por tanto, para que pueda ser eficiente), deberá cumplirse que:

$$\overline{z}_1 + 0 = 1 + \frac{1}{10}\overline{y}_2$$

con lo cual

$$2\overline{z}_1 > 2$$

mientras que:

$$1 - \overline{y}_2 < 1$$

Así pues, *ninguna asignación eficiente que se ajuste a la forma considerada en este primer caso será equitativa*, ya que en ellas el individuo 2 envidia al 1.

Veamos qué ocurre con las asignaciones eficientes que se ajustan al segundo tipo. Es decir, las de la forma

$$[(1, 0, \overline{z}_1); (0, 0, \overline{z}_2)]$$

Aquí, para que el primer individuo no envidiase al segundo debería cumplirse que:

$$U_1(1, 0, \overline{z}_1) \geqslant U_1(0, 0, \overline{z}_2)$$

es decir que:

$$\frac{11}{10}\overline{z}_1 \geqslant 1 + \frac{11}{10}\overline{z}_2$$

mientras que, para que el segundo no envidiase al primero, debería ser,

$$U_2(0, 0\,\overline{z}_2) \geqslant U_2(0, 1, \overline{z}_1)$$

o sea que:

$$1 + 2\overline{z}_2 \geqslant 2\overline{z}_1$$

Pero la primera desigualdad implica que:

$$\bar{z}_1 \geqslant \frac{10}{11} + \bar{z}_2$$

mientras que, según la segunda

$$\bar{z}_1 \leqslant \frac{1}{2} + \bar{z}_2$$

Ambas desigualdades son, pues, incompatibles; *en cualquier asignación eficiente del segundo tipo habrá al menos un individuo que envidie al otro*, y ninguna de ellas será equitativa.

Con ello queda finalmente demostrado que, en nuestro ejemplo, no existe ninguna asignación que sea a la vez eficiente y equitativa.

El concepto de equidad propuesto tropieza, pues, con graves dificultades para su incorporación al análisis teórico, sobre todo si se interpreta su introducción como un intento de completar, más que de sustituir, al criterio de eficiencia paretiana en la evaluación de estados económicos alternativos. Pero merecía la pena detenerse en él por varias razones. Primero, porque, a pesar de las dificultades encontradas, podrá haber, incluso en economías productivas, muchos casos en que efectivamente existan asignaciones eficientes y equitativas; y, cuando las haya, resultarán especialmente atractivas como objetivo a alcanzar.

En segundo lugar, porque el camino que se sigue para el estudio de otros criterios distintos al de equidad es análogo al que acabamos de recorrer: definida una propiedad, hay que preguntarse si existen estados económicos que la satisfagan, qué relación guardan con aquellos que reúnen otros requisitos de interés y cómo alcanzarlos.

En tercer lugar, interesa lo expuesto porque nos permite poner en una perspectiva adecuada las direcciones de trabajo de que hablaremos en la segunda parte. Como veremos, dichas direcciones se orientan hacia el estudio sistemático de las implicaciones y el significado de diversos tipos de comparaciones interpersonales de utilidad en el proceso de formación de juicios colectivos. El creciente auge de tales estudios puede verse, al menos en parte, como respuesta ante las dificultades con que ha tropezado la economía normativa para avanzar en direcciones que eviten toda comparación interpersonal, y entre las que debería situarse —como uno de los intentos más recientes— la que se basa en el criterio de equidad que acabamos de exponer.

PARTE II

EXTENSIONES DEL CRITERIO DE PARETO: COMPARABILIDAD Y REQUISITOS INFORMATIVOS

I. Funciones de agregación de preferencias.

El concepto de equidad que acabamos de presentar puede ahora colocarse en perspectiva dentro del conjunto de ejercicios (12) que se ha planteado la economía normativa en su intento de adelantar criterios de evaluación de estados económicos y de esclarecer, en cada caso, los juicios de valor subyacentes en tales propuestas. Antes conviene, sin embargo, reconsiderar el concepto de eficiencia paretiana y proponer un marco dentro del que puedan compararse entre sí aquellos ejercicios.

En la primera parte, hemos referido el criterio de Pareto y el concepto de eficiencia a estados económicos; aquí los definiremos en términos más generales, que nos interesan como punto de referencia posterior.

Sea X un conjunto de elementos, al que llamaremos el conjunto de alternativas.

Sea *R* el conjunto de las relaciones de orden (relaciones binarias completas, reflexivas y transitivas) definidas sobre X. Denotaremos a cada una de estas relaciones por R, R_i, R_j, ..., y las llamaremos relaciones de preferencia.

Sea R^N el producto cartesiano N veces

(12) Con este nombre, Sen [44] designa genéricamente a las distintas propuestas de investigación sobre las que, con o sin éxito, ha trabajado la economía normativa. Hablar de «ejercicios» no implica nada, en este caso, sobre el grado de dificultad o la importancia de cada uno. No hay, pues, ninguna intención peyorativa en nuestra utilización del término.

de R por sí mismo. Los elementos de R^N tendrán, pues, la forma (R_1, R_2, ..., R_N). Les llamaremos configuraciones de preferencias sobre X.

Dado un conjunto de alternativas X, y una configuración de preferencias sobre X, definiremos la relación P (de Pareto) sobre X del siguiente modo:

x P y, sí y sólo si

(a) para todo $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$, xR_iy

(b) para algún $j \in \{1, 2, \ldots, N\}$, $\sim (yR_jx)$.

El conjunto de alternativas en X que son *eficientes* en el sentido de Pareto, dada la configuración de preferencias (R_1, ..., R^N) se define entonces como:

$$P(X) = \{x \in X \mid \exists\, y \in X \text{ tal que } yPx \wedge \sim (x \mathrm{P} y)\}$$

Las definiciones propuestas en la primera parte para la caracterización de estados económicos eficientes son un caso particular de las aquí presentadas. Corresponden al caso en que X, el conjunto relevante de alternativas, lo constituyen todas las asignaciones factibles, dados los recursos iniciales (y, en su caso, las posibilidades tecnológicas) de una economía, y en que las preferencias individuales son representables mediante una función de utilidad. Así pues, toda conclusión que obtengamos utilizando este nuevo lenguaje se aplicará, en particular, a los casos que ya cubría la anterior definición de eficiencia.

Pero en este nuevo marco queda claro que el criterio de Pareto, además de estados económicos (con o sin producción), nos permite también clasificar objetos de naturaleza distinta; dentro del propio ámbito económico, las alternativas podrían no ser descripciones completas de lo que sucede en una economía sino aspectos parciales de ésta, mutuamente excluyentes, entre los que, *ceteris paribus*, convenga escoger teniendo en cuenta las preferencias de algún colectivo (proyectos públicos alternativos, por ejemplo); y también, fuera de aquel ámbito, podrían compararse según el mismo criterio otros tipos de alternativas (por ejemplo, candidatos para cubrir un cargo electivo). Y además, se pone de relieve que, desde un punto de vista formal, el *criterio de Pareto* nos proporciona *una regla con la que definir una relación binaria entre alternativas, dadas N relaciones de orden sobre las mismas alternativas*. En este lenguaje, *las alternativas eficientes son las máximas según dicha relación binaria*.

La insuficiencia del requisito de eficiencia como base para la evaluación normativa de estados alternativos se debe, como ya hemos señalado para el caso en que éstas son asignaciones de recursos, a que dicho requisito pueden satisfacerlo estados muy insatisfactorios desde otros puntos de vista. El conjunto de elementos máximos según P puede ser «demasiado» grande, debido sobre todo a que la relación P no es completa, excepto en casos triviales de total unanimidad (13). Y este carácter incompleto de la relación se debe, a su vez, a que el criterio de Pareto sólo pone en juego cierto tipo de consideraciones, que no agotan la gama de razones, por las cuales ciertos estados podrían verse como más deseables que otros. Por ello, sería interesante poder comparar las clasificaciones de estados basadas en el criterio de Pareto, con las que resultan de la aplicación de otras normas de evaluación distintas. Y esto puede hacerse, definiendo un marco que englobe, como caso particular, a aquel método de clasificación, pero en cuyo seno quepan también otras posibilidades. Este es el objeto de la siguiente definición.

Sea B el conjunto de relaciones binarias definidas sobre X. Una *función de agregación de preferencias* es una función

$$f: R^N \longrightarrow B$$

Es decir, una regla que a cada configuración de preferencias sobre X le asigne una relación binaria sobre X.

Claramente, la aplicación del criterio de Pareto para las distintas configuraciones de preferencias posibles sobre X se ajusta a tales

(13) En el caso particular de la primera parte, en que las alternativas son estados económicos y las preferencias satisfacen hipótesis mínimas muy razonables, no habrá nunca unanimidad total, y el criterio nos dará siempre relaciones incompletas.

características; de ella se deriva, pues, una función de agregación de preferencias específica. Pero hay muchas otras funciones dentro de esta clase, cada una de las cuales puede verse como expresión formal de la aplicación de algún criterio normativo (14). Análogamente, y del mismo modo como definíamos el conjunto de alternativas eficientes para la relación **P**, podríamos definir el conjunto de elementos máximos para cualquier otra relación **T**, como el de aquellas alternativas.

$$T(X) = \{x \in X \mid \exists\, y \in X \text{ tal que } y\mathbf{T}x \wedge \sim (x\mathbf{T}y)\}$$

Y, si **T** es la imagen de una configuración de preferencias bajo cierta función de agregación de preferencias *g*, el conjunto $T(X)$ correspondería al de aquellas alternativas que, dadas las preferencias de los agentes, son «máximas», según el criterio normativo subyacente en *g* (15).

II Combinaciones de criterios.

El criterio de equidad propuesto en la primera parte también puede incorporarse al marco de las funciones de agregación de preferencias. Como hemos visto, este criterio nos permite distinguir, dado un conjunto de alternativas (las asignaciones factibles), entre aquellas que son equitativas y las que no lo son. Pues bien: definamos una relación binaria Q sobre dicho conjunto de alternativas, de modo que:

x Q y si y sólo si x es equitativa.

Claramente, como el conjunto de asignaciones equitativas varía con las preferencias individuales, también lo hará la relación Q. Y la función *e*, que a cada configuración de preferencias le asigna su correspondiente relación Q, es una función de agregación de preferencias. El conjunto de elementos máximos respecto a Q:

$$Q(X) = \{x \in X \mid \exists\, y \text{ tal que } y\mathrm{Q}x \wedge \sim (x\mathrm{Q}y)\}$$

coincide, en cada caso, con el de las asignaciones equitativas (16). En la primera parte, nos hemos interesado por el conjunto de asignaciones eficientes y equitativas, que puede escribirse ahora simplemente como

$$P(X) \cap Q(X)$$

Pues bien, esto nos permite situar los estudios acerca de las relaciones entre eficiencia y equidad como un caso particular dentro de una clase de *ejercicios de economía normativa orientados a la combinación sistemática de criterios valorativos distintos*. La estrategia propia de esta línea de investigación es la siguiente: *para cada criterio, definir su correspondiente función de agregación de preferencias y estudiar la conexión entre los conjuntos máximos de las relaciones a las que dan lugar dichas funciones.*

Aparte de su interés propio, nos interesaba presentar aquellos estudios como un ejemplo dentro de esta línea general. Desde ahora, nos ocuparemos de otro enfoque distinto, que permite también combinar diversos tipos de consideraciones normativas de un modo sistemático. Dicho enfoque se basa en la noción de extensión de una relación binaria (17).

Dadas dos relaciones binarias **T** y **S** sobre un mismo conjunto de alternativas X, diremos

(14) Reservamos el término «criterio» para designar a la norma de cuya aplicación, a medida que varían las preferencias individuales, resulta una «función de agregación de preferencias». En este sentido, cada función de agregación de preferencias puede verse como el reflejo formal de un criterio concreto.

(15) Dada una relación binaria sobre x, serían «máximas» aquellas alternativas que no están dominadas por ninguna otra. Otra propiedad similar, pero distinta, sería la de «optimalidad». Diríamos que una alternativa x es «óptima» en X si xRy para todo $y \in$ X. Sobre las relaciones entre ambos conceptos, véase Sen [35], Capítulo 1*.

(16) Este modo de expresar el contenido de la primera parte puede parecer algo artificioso. Lo adoptamos solamente para esclarecer la relación entre los trabajos del tipo que allí hemos descrito y aquéllos de los que vamos a tratar en lo que sigue. Ambos pueden verse como el resultado de estrategias de investigación distintas, pero orientadas, en cada caso, a paliar las deficiencias del criterio de Pareto. De todos modos, hay que señalar que existen en la literatura diversas propuestas que permiten establecer ordenaciones de estados económicos más ricas que la que hemos considerado aquí, y basadas también en la aplicación del criterio de equidad. Y estas propuestas cabrían, de un modo muy natural, dentro de nuestro marco. Sobre este punto, véase Feldman y Kirman [15] y Varian [46].

(17) Véase Sen [35], Cap. 1*.

que **T** es una *extensión* de **S** si y sólo si, para cualquier par $x, y \in X$,

$$x \, S \, y \rightarrow x \, T \, y$$

Si, además **T** es transitiva, diremos que es una *extensión transitiva* de **S**. Análogamente, si **T** es completa, diremos que es una *extensión completa* de **S**.

Ya hemos dicho que si el criterio de Pareto resulta insatisfactorio no es tanto porque el conjunto de asignaciones eficientes excluya a alternativas interesantes, sino más bien porque entre dichas asignaciones se encuentran algunas que, desde otros puntos de vista, no parecen aceptables; esto se debe a que la relación binaria no es completa; y, en particular, a que no permite comparar entre ningún par de estados eficientes ni, por tanto, discriminar entre ellos. Una posible vía para alcanzar procedimientos de evaluación de estados económicos más satisfactorios que el de Pareto, pero compatibles con las prescripciones dictadas por éste, sería el siguiente: proponer procedimientos que permitiesen comparar cualquier par de alternativas entre sí (es decir, que generasen relaciones binarias *completas* sobre X); y exigir, a la vez, que en aquellos casos en que el criterio de Pareto sí se pronuncia respecto a dos alternativas, nuestro procedimiento también lo haga, y de modo idéntico (18).

Esto es, precisamente, el espíritu con que los autores de la «Nueva Economía del Bienestar» adelantaron sus propuestas de distintos criterios de compensación. Cada uno de estos criterios (Kaldor, Hicks, Scitovsky,...) se apoya en consideraciones distributivas allí donde el criterio de Pareto, que no atiende a ellas, es incapaz de pronunciarse, y permite establecer una relación binaria completa sobre el conjunto de estados económicos posibles, dadas las preferencias de los distintos agentes. Y todos ellos ordenan de igual modo que el de Pareto aquellos pares de estados entre los que éste sí permite comparaciones. Las relaciones binarias que inducen son, por tanto, extensiones de la de Pareto.

Tomando como caso particular a los criterios de compensación, podemos describir, de modo general, una segunda estrategia para combinar criterios valorativos en busca de una ordenación de alternativas en términos normativos. *Dado un criterio satisfactorio, pero insuficiente*, se trataría de *buscar otros que permitan extender las relaciones binarias a las que el primero da lugar.* A los criterios así ampliados les vendrían asociadas funciones de agregación de preferencias cuyas imágenes serían, en cada caso, extensiones de las imágenes correspondientes a la función generada por el criterio primitivo (19).

Está claro que la propuesta de criterios de compensación se ajusta a esta estrategia. Además, como ya hemos señalado, todos ellos dan lugar a extensiones completas de la relación de Pareto, para cualquier configuración de preferencias. Sin embargo, ninguno de ellos es capaz de garantizar que dichas extensiones sean transitivas. Así, incluso al aplicar el más elaborado de los criterios de compensación —el de Scitovsky— puede darse la situación paradójica de que, para tres alternativas x, y, y z, se declare que x es, al menos, tan deseable como y, y tan deseable como z, pero en cambio x sea estrictamente inferior a z (20). Esta intransitividad de los juicios normativos a que conducen los criterios de compensación supone una forma de «inconsistencia» o de «irracionalidad» que los hace difícilmente aceptables.

¿Cómo superar estas dificultades? Se trataría, en nuestro lenguaje, de localizar criterios que siempre generasen extensiones completas y transitivas de la relación de Pareto. Pues bien: lo que demuestra el Teorema de Imposibilidad de Arrow es que no existe ningún criterio que satisfaga estos requisitos sin trans-

---

(18) Obsérvese que es posible que la extensión de una relación transitiva no lo sea. Esto es lo que ocurre si adoptamos la vía fácil de declarar indiferentes a todas las alternativas que son incomparables según el criterio de Pareto. Véase Sen [35], Cap. 4*.

(19) Esta estrategia, y la anteriormente descrita, no agotan los caminos emprendidos por la economía normativa. Otra distinta correspondería a los esfuerzos desarrollados por la teoría de la elección social. (Para revisiones de esta literatura, véanse Sen [35], [43] y Barberá [7].) Otro camino alternativo es el que parte del estudio de indicadores parciales (desigualdad, renta, pobreza) y de sus relaciones con el bienestar social. Véase [37], [40], [41], [11], [14] y [20].

(20) Para un ejemplo de este fenómeno, véase Arrow [2], Cap. 4º. Para un tratamiento somero de las dificultades derivadas de la aplicación de criterios de compensación, véase Sen [35], Cap. 2*.

gredir alguna de las restricciones que la «Nueva Economía del Bienestar» se había impuesto a sí misma. Y que, por tanto, los reiterados fracasos de dicha corriente, al proponer criterios de compensación que siempre resultaban ser intransitivos, no era consecuencia de la incapacidad o de la falta de acierto de sus autores, sino reflejo de una imposibilidad lógica o, desde otro punto de vista, de la excesiva estrechez del marco en que aquellos se movían.

III. El Teorema de Arrow y sus implicaciones.

En esta sección presentamos una versión del Teorema de Imposibilidad de Arrow. Por razones expositivas, dejaremos para más adelante un comentario detallado de sus hipótesis. Baste señalar que, como el lector interesado podrá comprobar, las funciones de agregación de preferencias basadas en criterios de compensación las satisfacían, y que, por tanto, las conclusiones negativas del teorema se aplican de lleno al tipo de propuesta que dichos criterios, u otros concebibles en el mismo espíritu, representan.

Antes de presentar el Teorema de Imposibilidad definiremos algunas condiciones necesarias para su enunciado.

Sea B una relación binaria en X, e Y un subconjunto de X.

Diremos que B_Y *es la restricción de B en Y* si, y sólo si, para todo par de alternativas w, $z \in Y \subseteq X$, se cumple que:

$$w \, B_Y \, z \longleftrightarrow w \, B \, z$$

Sea f una función de agregación de preferencias. Diremos que f es *independiente de alternativas irrelevantes* si, para todo $Y \subseteq X$, y para todo par de configuraciones de preferencias $(R_1, R_2, ..., R_N)$ y $(R'_1, R'_2, ..., R'_N)$, se cumple que:

$$[(R_{1Y}, R_{2Y}, \ldots, R_{NY}) = (R'_{1Y}, R'_{2Y}, \ldots, R'_{NY})] \longrightarrow$$
$$\longrightarrow \{[f(R_1, R_2, ..., R_N)]_Y = [f(R'_1, R'_2, ..., R'_N)]_Y\} \text{ (21)}$$

En otros términos: f es independiente de alternativas irrelevantes si ordena del mismo modo las alternativas de un subconjunto siempre que lo hagan todos los individuos cuyas preferencias agrega, y con independencia de la posición en que éstos sitúen a las demás alternativas no contenidas en Y.

Sea f una función de agregación de preferencias. Diremos que es *dictatorial* si existe algún individuo $i \in \{1, ..., N\}$ tal que, para toda configuración de preferencias $(R_1, R_2, ..., R_N)$, y todo par de alternativas y, $z \in X$, se cumpla:

$$[y \, R_i \, z \wedge \sim(z \, R_i y)] \longrightarrow [y \, B \, z \wedge \sim(z \, B \, y)], \text{ siendo } B =$$
$$= f(R_1, R_2, \ldots, R_N)$$

La función f se dice, pues, dictatorial, si existe un individuo cuyas preferencias estrictas se respetan siempre por parte de la función (22).

Con estas definiciones, estamos en condiciones de enunciar la siguiente versión del Teorema de Imposibilidad de Arrow.

Proposición 1. No existe ninguna función de agregación de preferencias no dictatorial e independiente de alternativas irrelevantes cuyas imágenes sean siempre extensiones completas y transitivas de la relación de Pareto.

Vemos, pues, por qué la Nueva Economía del Bienestar no lograba encontrar criterios de compensación plenamente satisfactorios: sim-

---

(21) $[f(R_1, R_2, \ldots, R_N)]_Y$ es la restricción en Y de la relación $f(R_1, R_2, \ldots, R_N)$. R_{iY} es la restricción en Y de R_i. Esta es una de las posibles formulaciones de la condición de independencia de alternativas irrelevantes. En otros trabajos, dicha condición se presenta en otras formas. Sobre la relación entre sus distintas formulaciones y el significado de la condición, véase Barberá [6].

(22) El término «dictatorial» lo introdujo Arrow y se mantiene aquí por razones de tradición. Pero hay que advertir que no tiene demasiado interés preocuparse de hasta qué punto la definición se ajusta a la noción habitual de «dictadura». Lo importante es observar que un procedimiento dictatorial, en nuestro sentido, es un procedimiento trivial. En lugar de agregar las preferencias individuales, se limita a declarar como preferencias sociales a las que profesa un individuo concreto; en este sentido es un procedimiento degenerado, al que resulta impropio considerar de agregación de preferencias. Por ello centramos nuestro interés en aquéllos que no sean dictatoriales.

plemente no los hay (23). De ahí el especial interés del tipo de ejercicios analizados en la primera parte. En efecto: la localización de estados «satisfactorios» desde el doble punto de vista de la eficiencia y la equidad no se basa en la extensión transitiva de la ordenación de Pareto, sino que sigue una estrategia alternativa, que ya hemos descrito. Definir ordenaciones distintas que aquélla, y estudiar después los estados que son máximos respecto a ambas.

De todos modos, existen procedimientos capaces de inducir extensiones completas y transitivas de la ordenación de Pareto; naturalmente, tales procedimientos no podrán ser funciones de agregación de preferencias o, de serlo, deberán incumplir alguna de las dos condiciones que sobre dichas funciones impone el teorema. Pasamos, pues, a describir algunos de estos procedimientos, para después intentar relacionarlos sistemáticamente con los que hemos venido considerando hasta ahora.

IV. Utilitarismo y justicia maximin.

Supongamos que, como en las secciones anteriores, nos interesa clasificar los elementos de un conjunto de alternativas, X, en base a las preferencias de N individuos respecto a aquellas alternativas. Y supongamos, además, que dichas preferencias vienen dadas, para cada individuo *i*, por una función

$$W_i : X \to R$$

Es decir, por una *función* que le asigna un valor numérico a cada alternativa, y a la que llamaremos *de bienestar individual* (24).

Podemos definir, en este caso, la siguiente relación binaria **B** sobre el conjunto X:

$$(\forall\, y, z \in X)\; y\, \mathbf{B}\, z \longleftrightarrow \sum_{i=1}^{N} W_i(y) \geqslant \sum_{i=1}^{N} W_i(z)$$

El criterio subyacente en esta definición es el *utilitarismo*, en su versión inicial Benthamita: una alternativa sería superior, equivalente o inferior a otra, desde el punto de vista colectivo, según que la suma del bienestar que los distintos individuos derivan de la primera fuese mayor, igual o menor que la del que éstos obtienen de la segunda.

Tendremos ocasión de comentar, en lo que sigue, acerca del sentido, limitaciones e interés de este criterio clásico. Antes de hacerlo, sin embargo, vamos a proponer otros dos criterios para clasificar alternativas: el criterio maximin y el criterio leximin. Ambos han sido objeto de gran atención recientemente, por parte de la economía normativa, porque parecen traducir fielmente las ideas sobre justicia adelantadas en la obra del filósofo contemporáneo J. Rawls (25).

Dado un conjunto de alternativas X, y *N* funciones de bienestar individual sobre X, $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$, definiremos la relación binaria M (*maximin*) sobre X, del siguiente modo:

$$(\forall\, y, z \in X)\; y M z \longleftrightarrow \min\,[W_1(y), W_2(y), \ldots, W_N(y)] \geqslant$$
$$\geqslant \min\,[W_1(z), W_2(z), \ldots, W_N(z)]$$

Es decir, *y* se considera al menos tan deseable como *z*, de acuerdo con el criterio maximin, si y sólo si el mínimo de los niveles de bienestar alcanzados por los distintos individuos en el estado *y* es al menos tan grande como el mínimo de los niveles de bienestar a los que conduciría el estado *z*.

La definición de la relación binaria asociada con el criterio leximin es algo más compleja. Básicamente, se trata de comparar alternativas según el criterio maximin; pero donde éste consideraría indiferentes a dos de ellas (es decir, cuando el individuo peor tratado en *x* y el peor tratado en *y* obtienen igual bienestar), el criterio leximin añade un nuevo elemento. Se elimina entonces a dichos individuos y se comparan de nuevo *z* e *y*, según el criterio maximin, teniendo en cuenta las preferencias de los demás agentes.

Para expresar el criterio formalmente, empecemos por ordenar a los distintos agentes,

---

(23) Para una interpretación de las restricciones bajo las que operaba la Nueva Economía del Bienestar, véase Barberá y García-Bermejo [8].

(24) Sobre las razones por las que aquí preferimos utilizar este término, en vez de llamarles funciones de utilidad, véase la Sección 8.

(25) Para una introducción a las ideas de Rawls, en su relación con la economía, véase Albi [1].

para cada alternativa, según el nivel de bienestar individual —de menor a mayor— que dicha alternativa les proporcione. $i(x)$ designará al individuo que, para x, (W_1, ... W_N) dados, ocupe el i-ésimo lugar en dicha ordenación (26).

La relación LM derivada del criterio *leximin* se define así: dados (W_1, ..., W_N), z e y, zLMy si y sólo si

(a) existe un número r ($1 \leq r \leq$ N) tal que

(I) $W_{r(z)}(z) > W_{r(y)}(y)$, y

(II) $W_{i(z)}(z) = W_{i(y)}(y)$ para todo $i < r$.

o bien

(b) $W_{i(z)}(z) = W_{i(y)}(y)$ para todo $i \leq$ N.

Estos dos últimos criterios, a diferencia del utilitarismo —con larga tradición— se han incorporado recientemente, y con mucha fuerza, a distintos ámbitos de la economía normativa (27). Esto se debe a la influencia de la obra de Rawls sobre los economistas, y a que la definición de justicia, propuesta por este autor en términos más amplios, podría traducirse al ámbito económico por medio de aquellos criterios (28). Veamos su interpretación. El criterio maximin nos dice que un estado x es, al menos, tan deseable como otro y (tan justo como y, si aceptamos la propuesta de Rawls) (29), siempre que el nivel de bienestar alcanzado en x por el individuo menos favorecido en dicho estado sea al menos tan grande como el que alcanza, en y, el menos favorecido. Lo decisivo, pues, para comparar estados en términos del criterio maximin, son los niveles de bienestar individual alcanzados en cada uno por los individuos peor tratados. Claramente, este criterio induce relaciones transitivas sobre el conjunto de estados económicos. Y esto porque a cada estado le vendrá asociado un valor numérico (el nivel de bienestar del individuo menos favorecido), y la relación entre estados se establecerá de acuerdo con la relación «mayor o igual» (que es transitiva) referida a dichos valores numéricos.

Lo malo de este criterio es que no da lugar a extensiones de la relación de Pareto. Veámoslo a través de un ejemplo. Supongamos que existen tres individuos: sea x un estado posible bajo el cual los niveles de bienestar son de 100 para el primer individuo, y de 1.000 para los otros dos; sea y otro estado posible, en que los correspondientes niveles de bienestar son de 100 para los dos primeros individuos, y de 1.000 para el tercero.

Claramente, el estado y sería estrictamente superior al x según la relación de Pareto. Pero, en cambio, al ser idénticos en uno y otro caso, los niveles de bienestar alcanzados por el individuo menos favorecido, ambos estados se clasificarían a idéntico nivel desde el punto de vista maximin (tendríamos yMx, pero también xMy).

Lo que intenta el criterio leximin es, precisamente, conservar el espíritu básico del criterio anterior (y, con él, de la propuesta de Rawls), pero garantizando, a la vez, que las relaciones que se derivan de su aplicación sean extensiones de la de Pareto. Para ello, el criterio leximin discrimina entre estados que les proporcionan idéntico nivel de bienestar a los correspondientes individuos menos favorecidos. Y lo hace estableciendo que, en tales casos, se elimina al individuo menos favorecido (o a uno cualquiera de ellos, si son varios), y se repita la comparación en términos de los restantes. Según este criterio, y para el ejemplo anterior, el estado y sería estrictamente superior al x [yLM$x \wedge \sim$ (xLMy)]; y se respetaría, pues, la ordenación paretiana.

---

(26) Por ejemplo, si existen tres individuos, y $W_1(x) > W_3(x) > W_2(x)$, tendríamos que $1(x) = 2$, $2(x) = 3$ y $3(x) = 1$. Si varios agentes le asocian idéntico bienestar a una alternativa, podemos ordenarlos entre sí arbitrariamente. Así, si $W_1(x) > W_3(x) = W_2(x)$, podríamos optar entre la ordenación anterior y aquélla en que $1(x) = 3$, $2(x) = 2$ y $3(x) = 1$.

(27) Citemos, a título de ejemplo, su empleo en la literatura sobre imposición óptima, y en la que se ocupa de las relaciones entre bienestar y desigualdad en la distribución de la renta.

(28) Pero el criterio maximin podría no ser el único modo posible de traducir las ideas de Rawls al ámbito económico. Varian [46] propone que la noción de equidad presentada en la primera parte podría también reflejarlas adecuadamente.

(29) Otra obra filosófica, en la que se propone un criterio de justicia distinto al de Rawls, y que también ha tenido impacto sobre la profesión económica, es la de Nozick [28]. Véase Arrow [3].

V. Funcionales de bienestar.

Los dos métodos presentados en la sección anterior y que nos proporcionan extensiones completas y transitivas de la ordenación paretiana (utilitarismo y leximin) lo hacen partiendo de datos distintos a los que se toman como argumentos de las funciones de agregación de preferencias. En efecto: para aplicar el criterio utilitarista o el leximin hay que conocer y hacer uso de la función de utilidad de cada individuo, y no basta con la relación de preferencias a que ésta da lugar. Esto está directamente relacionado con el hecho de que ambos criterios (a diferencia del de Pareto o los de compensación), son sensibles ante ciertas características de las preferencias individuales que no son puramente ordinales; y su aplicación supone llevar a cabo algún tipo de comparaciones interpersonales de utilidad. Estas últimas afirmaciones, aun cuando ciertas, podrían matizarse más. Porque ni todas las comparaciones interpersonales de utilidad son de la misma naturaleza, ni para llevarlas a cabo es necesario procesar siempre el mismo tipo de información.

Para poder precisar más sobre estos puntos, introduciremos el concepto de *funcional de bienestar social* (FLAP) (30).

Sea X un conjunto de alternativas.

Sea W el conjunto de las funciones reales definidas sobre X. A dichas funciones las denotaremos por W, W_1, etc., y las llamaremos de bienestar individual. W^N es el producto cartesiano de W por sí mismo N veces. Sus elementos son N-plas de funciones de bienestar individuales, en la forma $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$

Sea B el conjunto de relaciones binarias sobre X.

Un *funcional de agregación de preferencias* es una función

$$h : W^N \longrightarrow B$$

es decir, una regla que le asigna una relación binaria sobre el conjunto de alternativas a cada N-pla de funciones de bienestar individuales (31).

Claramente, de la aplicación del criterio leximin, o del utilitarista, sobre N-plas de funciones de bienestar individual, resultan funcionales de agregación de preferencias bien definidas.

¿Cuál es la relación entre este nuevo concepto y el de función de agregación de preferencias, que habíamos definido anteriormente? En cierto sentido, el nuevo es un concepto más amplio, que incluye al anterior. Más precisamente: a cada función de agregación de preferencias podemos asociarle de modo natural un funcional de agregación de preferencias, mientras que no siempre será posible el proceso inverso.

Para cada función de bienestar individual W_i puede establecerse una relación de orden $R(W_i)$ sobre el conjunto de alternativas, de modo que, dado cualquier par de alternativas x e y para las que esté definida W_i.

$$xR(W_i)y \text{ si y sólo si } W_i(x) \geqslant W_i(y)$$

Esto nos permite pasar de cualquier N-pla de funciones individuales de bienestar a configuraciones de preferencias, según una función $\varphi: W^N \rightarrow R^N$ tal que, para todo $(W_1, W_2, \ldots, W_N) \in W^N$, $\varphi(W_1, W_2, \ldots, W_N) = [R(W_1), R(W_2), \ldots, R(W_N)]$.

Y, por tanto, dada una función de agregación de preferencias cualquiera, f, podemos asociarle el funcional de agregación de preferencias que, dadas N funciones de bienestar individual, $(W_1, \ldots, W_N)$ les hiciese corresponder la relación binaria que, según f, vendría asociada con las N relaciones de orden $[R(W_1) \ldots R(W_N)]$. En otros términos: a cada FAP f le corresponde, de modo natural, el FLAP $h = f \circ \varphi$. Diríamos entonces que h se deriva de f (32). Resumiendo: un FLAP es cualquier procedimiento que dé lugar a una relación binaria sobre alternativas basándose en las funciones de bienestar de los agentes.

(30) Por razones de brevedad, en lo que sigue abreviaremos la expresión «funcional de agregación de preferencias» mediante las iniciales FLAP. Análogamente escribiremos FAP para designar a las «funciones de agregación de preferencias».

(31) Les llamamos funcionales porque sus argumentos son, a su vez, funciones.

(32) Otro concepto importante, del que no vamos a tratar, es el de función de bienestar en el sentido de Bergson-Samuelson. Aún hoy se dan polémicas sobre su posición y su relevancia dentro de la literatura normativa. Véase [44], [29], [23].

Aquellos que sólo dependen de las relaciones de orden implicadas por cada FBI forman una subclase particular, y podrían expresarse igualmente como FAP. Pero, en cambio, hay FLAP que no puede ni definirse dentro de este último marco (por ejemplo, los basados en el utilitarismo o en el criterio leximin).

Podemos reformular ahora el teorema de Arrow, y a la vez poner en perspectiva a los criterios leximin y utilitarista. Para ello, propondremos una condición, a la que llamaremos de *Independencia de Alternativas Irrelevantes**, y que se refiere a FLAP. El lector interesado podrá comprobar que si una FAP satisface nuestra anterior condición de IAI, el FLAP derivado de ella cumple la de IAI*.

Diremos que un FLAP h es IAI* si y sólo si, para cualquier par de alternativas $x, y \in X$, y todo par de N-plas de funciones de bienestar social individuales $(W_1, W_2, \dots, W_N)$ y $(W'_1, W'_2, \dots, W'_N)$, se cumple que:

$$[(\forall i)\ W_i(x) = W'_i(x) \wedge W_i(y) = W'_i(y)] \longrightarrow [xRy \longleftrightarrow xR'y]$$

donde $R = h(W_1, W_2, \dots, W_N)$ y $R' = h(W'_1, W'_2, \dots, W'_N)$.

Por otra parte, la siguiente condición de *anonimidad* expresa un requisito que sería interesante ver satisfecho por parte de un procedimiento de agregación de preferencias: que les diese igual trato a todos los individuos.

Un FLAP h es anónimo si para toda N-pla de funciones de bienestar individual $(W_1, W_2, \dots, W_N)$ y para cualquier permutación $(W_{i1}, W_{i2}, \dots, W_{iN})$ de los elementos que la componen, se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \dots, W_N) = h(W_{i1}, W_{i2}, \dots, W_{iN})$$

El lector podrá comprobar que, tanto el utilitarismo como el criterio leximin dan lugar a FLAP que son anónimos.

La Proposición 2 nos permite ahora resumir lo que hemos dicho hasta este punto acerca de la posibilidad de encontrar criterios que nos proporcionen extensiones transitivas y completas de la relación de Pareto para cualquier N-pla de funciones de bienestar individual.

Proposición 2. No existe ningún FLAP derivado de una FAP que sea IAI* y no dictatorial y que conduzca, en todo caso, a extensiones completas y transitivas de la relación de Pareto (Arrow). Existen, sin embargo, FLAP capaces de dar lugar a tales extensiones y que no sólo satisfacen la condición de IAI* sino que, además de no dictatoriales, son anónimos (los asociados con el utilitarismo y el criterio leximin, por ejemplo).

VI. Comparabilidad y requisitos informativos.

¿Qué distingue a una FAP de un FLAP? Aunque de un modo poco preciso, ya hemos dicho que los ejemplos considerados de FLAP suponían, en su aplicación, algún tipo de comparaciones interpersonales de bienestar, basadas a su vez en los elementos no puramente ordinales que puedan reflejarse a través de las funciones de bienestar individual. Mientras que las FAP, o al menos las basadas en el criterio de Pareto y en los de compensación, suelen considerarse exentas de tales comparaciones interpersonales y exclusivamente dependientes de los aspectos ordinales de las preferencias de los agentes.

Un sentido claro en el que las FAP no hacen uso de elementos cardinales radica en su propia definición. Las FAP son funciones definidas sobre el espacio de las configuraciones de preferencias, y las componentes de una configuración de este tipo son relaciones de orden, expresión formal de los aspectos ordinales de las preferencias individuales, exclusivamente. Pero hemos visto también que a cada FAP se le puede asociar, de modo natural, un FLAP. Las propiedades de dichos FLAP nos darán una pista sobre cómo formular, de modo general, definiciones rigurosas que traduzcan aquellas nociones en términos formales.

Lo característico de los FLAP asociados con FAP es que dan lugar a una misma relación social para todas aquellas N-plas de funciones de bienestar social que sólo se distinguen por los niveles de bienestar que le asocian a cada alternativa los individuos, pero que conservan el orden en que cada uno de ellos sitúa a las distintas alternativas. En otros términos: si $(W_1, W_2, \dots, W_N)$ y $(W'_1, W'_2, \dots, W'_N)$

son tales que cada W'_i puede obtenerse de su correspondiente W_i a través de una transformación monótona creciente (que puede ser distinta según los individuos) y h es un FLAP derivado de un FAP, entonces:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

Esta propiedad es consecuencia directa del modo como hemos asociado FLAP con cada posible FAP. Y es el reflejo formal de otro hecho bien conocido: que si lo único que nos interesa de una función de bienestar individual son las relaciones de orden que induce, entonces todas las funciones de este tipo que resultan de transformaciones monótonas crecientes unas de otras, son, a estos efectos, equivalentes.

En nuestros términos, esto podría formularse diciendo que los FLAP derivados de FAP son invariantes ante transformaciones de las funciones de bienestar individual que pertenezcan a una determinada clase: la de las transformaciones monótonas crecientes. Y, expresando de este modo, esta característica distintiva de tales FLAP puede verse como un caso particular dentro de un tipo de condiciones que pueden expresarse, de modo general, como sigue. Diremos que un FLAP es G-invariante si da lugar a idéntica imagen para todas aquellas N-plas de funciones de bienestar individual que pueden obtenerse unas de otras, a través de transformaciones pertenecientes a la clase G.

En el caso que venimos comentando la clase G sería la de las N-plas de transformaciones monótonas crecientes (una para cada agente). Basándonos en lo que acabamos de decir, podemos proponer las siguientes definiciones.

Sea una partición del conjunto W^N de N-plas de funciones de bienestar individual. Diremos que un FLAP h es invariante para dicha partición, si les asigna una misma relación binaria a todos los elementos de cada subconjunto en que aquello divide a W^N. Es decir, si para toda parte $L < W^N$, se cumple que:

$$[(W_1, W_2, \ldots, W_N) \in L \wedge (W'_1, W'_2, \ldots, W'_N) \in L] \rightarrow$$
$$\rightarrow [h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)]$$

A los subconjuntos que componen la partición les llamaremos, en este caso, clases de invariancia de h.

Un modo particular de particionar el conjunto W^N es el siguiente: considerar como clases de equivalencia a los conjuntos de N-plas de bienestar individual que pueden obtenerse una de otra a través de algún tipo de transformación.

Si un FLAP es invariante para una partición derivada de cierta clase de transformaciones, diremos que es invariante ante dicho tipo de transformaciones.

¿Qué interés puede tener que un FLAP sea invariante para cierta clase de transformaciones? Dichos FLAP no serían sensibles ante variaciones de las funciones de bienestar individual que correspondiesen a transformaciones pertenecientes a la clase. Y, por tanto, las relaciones a que dan lugar, y las variaciones de éstas, sólo podrían depender de aquellas características de las funciones de bienestar individual que se mantienen cuando éstas se someten a dicho tipo de transformaciones. En el caso de los FLAP derivados de alguna FAP, esto significa que sólo influye sobre ellas el orden en que cada individuo coloca a las distintas alternativas (que es lo único que siempre permanece invariante ante transformaciones monótonas crecientes). Y, en este caso, están claras las raíces doctrinales en que se funda el interés especial con que se han estudiado tales procedimientos: la negativa por parte de los economistas a reconocerle cualquier significado ulterior a los valores numéricos de las funciones de utilidad. Sobre esta postura tendremos más que decir en la Sección 8, pero hay que señalar que supuso una restricción metodológica indiscutida para la Nueva Economía del Bienestar (33).

En general, al especificar las clases de invariancia de un FLAP estaremos delimitando las características de las preferencias de los agentes que dicho FLAP es capaz de tener en cuenta. O, desde otro punto de vista, el tipo de información del que debe disponerse para poder garantizar su capacidad discriminatoria entre estados económicos. Y esto tiene un doble interés. Porque, de una parte, si queremos aplicar un criterio determinado, la clase

(33) Véase Barberá y García-Bermejo [8].

de transformaciones para las que las relaciones derivadas de él son invariantes nos indicará qué tipo de información deberíamos tener para poder utilizarlo. Y, de otra, si sabemos *a priori* de qué información podemos disponer, esto nos permitirá delimitar las clases de criterios entre los que tenemos posibilidad de escoger.

Las transformaciones operadas sobre funciones de bienestar individual pueden interpretarse como cambios en la escala con que se miden los niveles de satisfacción alcanzados por el individuo en cuestión.

En particular, sumarle o restarle una constante a la función representaría alterar el origen de dicha escala, conservando las unidades; multiplicarla por una constante supondría cambiar las unidades de medida, sin alterar la razón entre los niveles de bienestar asociados con alternativas distintas, y conservando también la razón entre las diferencias de bienestar asociadas con pares distintos de alternativas; mientras que, en general, una transformación monótona creciente vendría asociada con cualquier cambio arbitrario del origen y de la escala en que se mide el bienestar individual, con tal de que dichos cambios mantuviesen la misma ordenación de las alternativas. En general, cuanto más amplias sean las clases de invariancia de un FLAP, menos sensible podrá ser dicho funcional a las características particulares de las funciones de bienestar individual. Porque será mayor el número de N-plas de funciones de este tipo a las que deba tratar idénticamente. El tipo de transformaciones para las que un FLAP es invariante está íntimamente ligado con el significado que aquél le conceda a las características cardinlaes de las funciones de bienestar individual. Por otra parte, obsérvese que si las transformaciones que se aplican a las distintas funciones individuales de bienestar son distintas entre sí, esto significa que se procede a cambios de escala distintos para los distintos individuos. Y si una función es invariante bajo transformaciones de este tipo no podrá tener en cuenta ninguna diferencia entre dos N-plas de funciones de bienestar individual que se derive exclusivamente de tales cambios de escala. En este sentido quedará excluida toda posibilidad de comparaciones interpersonales basadas en los elementos informativos que no se conserven a través de la clase de transformaciones consideradas.

VII. Tipos de comparabilidad. Caracterización axiomática del utilitarismo y del criterio leximin.

Las siguientes definiciones —inspiradas por lo que acabamos de observar— se proponen distinguir entre diversas clases de FLAP según el tipo de comparabilidad que impliquen y/o las características de las funciones de bienestar individual a las que concedan valor operativo. No proporcionan una clasificación exhaustiva de todos los FLAP, ni son mutuamente excluyentes. Pero se presentan como ejemplo de las posibilidades que deja abiertas la adopción del lenguaje propuesto; y se refieren a clases particularmente relevantes (34)

Un FLAP h implica *plena comparabilidad cardinal* si es invariante ante transformaciones afines positivas e idénticas de las funciones de bienestar individual. Es decir, si para todo par de N-plas $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$, $(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$ para los que existen escalares $a \geqslant 0$ y b, tales que:

$$(\forall\, i) \quad W'_i = aW_i + b$$

se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

Un FLAP h implica *comparabilidad ordinal de niveles* si es invariante ante idénticas transformaciones monótonas positivas de las funciones de bienestar individual. Es decir, si para todo par de N-plas $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$, $(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$ para las que existe una transformación monótona creciente φ tal que:

$$(\forall\, i) \quad W'_i = \varphi(W_i)$$

se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

(34) Las siguientes definiciones se encuentran en Sen [44]. En [35], [33], [9], [10] y [5] se proponen y utilizan otras definiciones que, dentro del mismo espíritu, formalizan distintos requisitos de comparabilidad y distintas exigencias informativas.

Un FLAP h implica *comparabilidad cardinal de niveles* si es invariante ante transformaciones afines positivas de las funciones de bienestar social, con idénticos coeficientes multiplicativos. Es decir, si para todo par de N-plas $(W_1, W_2, \ldots W_N)$ y $(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$ para las que existen escalares $a \geqslant 0$ y $b_1, b_2, \ldots, b_N$ tales que:

$$(\forall i) \quad W'_i = aW_i + b_i$$

se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

Un FLAP implica *incomparabilidad cardinal* si es invariante ante transformaciones afines positivas de las funciones de bienestar social. Es decir, si para todo par de N-plas $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$ y $(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$ para las que existen escalares $a_1 \geqslant 0$, $a_2 \geqslant 0, \ldots, a_N \geqslant 0$, y $b_1, b_2, \ldots, b_N$ tales que:

$$(\forall i) \quad W'_i = a_i W_i + b_i$$

se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

Un FLAP h implica *incomparabilidad ordinal* si es invariante ante transformaciones monótonas crecientes de las funciones de bienestar individual. Es decir, si para todo par de N-plas $(W_1, W_2, \ldots, W_N)$ y $(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$ para las que existen transformaciones monótonas crecientes $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_N$, tales que:

$$(\forall i) \quad W'_i = \varphi_i(W_i)$$

se cumple que:

$$h(W_1, W_2, \ldots, W_N) = h(W'_1, W'_2, \ldots, W'_N)$$

¿Dentro de qué categoría se encuentran los distintos FLAP que hemos venido considerando? Claramente, los FLAP inducidos por FAP satisfacen la condición de incomparabilidad ordinal. Por su parte, los FLAP correspondientes al utilitarismo y al criterio leximin son invariantes ante transformaciones afines positivas idénticas, y se ajustan, por tanto, al caso de plena comparabilidad cardinal. Y, en el caso del utilitarismo, podríamos también admitir, sin que ello cambiase la ordenación de las alternativas en términos sociales, que las constantes que se suman a cada función de bienestar individual fuesen distintas; en otros términos, el utilitarismo satisface también la condición de comparabilidad cardinal de niveles.

Además, como ya hemos observado, tanto el utilitarismo como el criterio leximin conducen a extensiones transitivas y completas de la relación de Pareto. Dichas extensiones pueden lograrse, pues, si se admite plena comparabilidad cardinal, o incluso sólo con que admitamos comparabilidad cardinal de niveles. Pero ¿son los procedimientos expuestos los únicos capaces de cubrir este objetivo dentro de sus respectivos marcos? La respuesta es negativa: hay muchos otros métodos alternativos. En vista de ello adquieren especial interés los intentos dirigidos a *caracterizar* cada uno de ellos; a establecer qué conjuntos de condiciones satisface cada procedimiento concreto, y sólo él. Porque establecer estos resultados nos permitiría seleccionar entre distintos FLAP atendiendo a las propiedades de las relaciones sociales y al tipo de agregación de preferencias que cada uno de ellos, y sólo él, es capaz de garantizar.

Para caracterizar a un procedimiento no bastará, pues, con determinar algunas de sus propiedades, sino todas aquellas que, tomadas en conjunto, le son exclusivas. Ya dijimos que tanto el leximin como el utilitarismo dan lugar a FLAP que son anónimos y satisfacen la condición de IAI*. Veamos ahora otra propiedad atractiva que satisface el criterio leximin.

Diremos que un FLAP h satisface el *axioma de equidad* (35) si, para todo par de alternativas x, y, y siempre que para un par de individuos g y h, $W_g(y) < W_g(x) < W_h(x) < W_h(y)$, y para los demás individuos i $W_i(x) = W_i(y)$, se cumple que xRy, siendo $R = h(W_1, W_2, \ldots, W_N)$.

Informalmente: un FLAP satisface el axioma de equidad si, en aquellos casos en que sólo dos individuos ordenan de modo opuesto un

(35) Este axioma, propuesto por Hammond [18], no guarda relación inmediata con el criterio de equidad presentado en la primera parte. Tenemos aquí un ejemplo de la ambigüedad con que se utilizan términos del lenguaje habitual para referirse a conceptos teóricos. Lo importante, en estos casos, son las definiciones formales y no los términos utilizados.

par de alternativas, y uno de estos individuos resulta peor tratado que el otro bajo ambas situaciones, la relación social se inclina en favor del individuo menos favorecido. Provistos de esta nueva definición, podemos enunciar ahora dos proposiciones que caracterizan a los FLAP basados en el utilitarismo y en el criterio leximin, respectivamente, en términos del conjunto de propiedades que le es exclusivo a cada uno de estos métodos (36).

Proposición 3. El único FLAP anónimo capaz de satisfacer la condición de IAI* y el axioma de equidad, y de proporcionar extensiones transitivas y completas de la relación de Pareto para cualquier N-pla de funciones de bienestar individual, bajo condiciones de plena comparabilidad cardinal es el que se basa en el criterio leximin.

Proposición 4. El único FLAP anónimo capaz de satisfacer la condición de IAI* y de proporcionar extensiones transitivas y completas de la relación de Pareto para cualquier N-pla de funciones de bienestar individual, bajo condiciones de comparabilidad cardinal de niveles es el que se basa en el utilitarismo.

VIII. Requisitos informativos y funciones de bienestar individual.

¿Qué sentido tiene preocuparse por procedimientos que implican comparaciones interpersonales de utilidad y les conceden sentido a características de las preferencias individuales otras que las puramente ordinales? ¿No habían quedado todos estos elementos fuera del ámbito de la teoría económica al menos desde que la revolución Hicksiana distinguiera claramente entre lo fundamental y lo accesorio en la tradición marginalista? Ante lo que podría parecer un rebrote cardinalista, conviene hacer una distinción entre distintos tipos de ejercicios que se propone la teoría económica, basada en los distintos objetivos que pretenda cubrir en cada caso. Es cierto que, en teoría de la demanda, considerar las intensidades de las preferencias de los individuos respecto a distintas combinaciones de consumo no añade nada a lo que sería capaz de decirnos un enfoque puramente ordinalista. Y que no resulta fácil medir dichas intensidades de modo adecuado.

Pero obsérvese que acabamos de utilizar dos expresiones muy distintas. En un caso decimos que cierto tipo de análisis resulta *superfluo* para un problema determinado; y, frente a esto, podría decirse que no lo es cuando lo que tratamos de resolver es otro problema distinto. Y así sucede, efectivamente, en nuestro caso. Porque las intensidades de bienestar asociadas con distintas alternativas por distintos agentes sí parecen relevantes a la hora de establecer juicios normativos, aun cuando puedan no serlo para analizar la conducta del consumidor individual. De otro lado, hemos hablado de lo *difícil* que sería establecer medidas adecuadas de las intensidades de satisfacción individual. Y está claro que, cuando sea innecesario disponer de tales medidas, convendrá prescindir de ellas. Pero, allí donde su conocimiento pudiese cumplir una función, será interesante determinar exactamente cuál sería ésta, qué posibilidades nuevas ofrecería. Y esto tanto si, en último término, vamos a ser o no capaces de obtenerla. Porque conocer las ventajas que se derivarían de su conocimiento nos ayudará, de un lado, a determinar si los esfuerzos para lograrlo son o no interesantes; y, de otro, nos permitirá saber las limitaciones con que nos encontraremos, si carecemos de dicha información.

Y esta es, creemos, la razón por la que tiene interés determinar las posibilidades que quedarían abiertas si fuesen posibles comparaciones interpersonales y si tuviesen sentido preciso las características no ordinales de las funciones de bienestar individual, con independencia de cuáles sean nuestras posibilidades prácticas de determinar aquella información (37).

(36) Estas caracterizaciones no son únicas. Podrían encontrarse otros conjuntos de condiciones que les son exclusivas a cada uno de estos métodos. Véase Sen [44], págs. 1549-50, y las referencias allí citadas. En general, siempre que existen varios modos de caracterizar a un mismo FLAP, cada uno de ellos permitirá destacar aspectos distintos de dicho funcional.

(37) En cualquier caso, saber que sería útil disponer de funciones de bienestar individual provistas de características determinadas constituye un estímulo importante para estudiar la posibilidad de obte-

En cuanto a estas posibilidades, hagamos una última precisión. Hemos hablado, en general, de procedimientos de agregación de preferencias, y hemos visto cómo muchos ejercicios de economía normativa se ajustan a las características definitorias de éstos. Pero, por otra parte, junto a estas analogías —que Arrow tuvo el gran mérito de poner de relieve— existen también diferencias importantes de propósito entre los distintos ejercicios, sobre los que ha insistido recientemente Sen (38). No es lo mismo tener en cuenta las preferencias de los miembros de un colectivo a fin de decidir qué acciones se van a tomar, que basarse en ellas para emitir juicios morales, aun cuando una y otra actividad puedan ir relacionadas y, de hecho, sean formalmente análogas en muchos casos. Y tampoco serán las mismas preferencias las relevantes, según nuestros propósitos. En unos casos, convendrá tener en cuenta los intereses inmediatos de los agentes, mientras que en otros serán relevantes los juicios morales de éstos; y, de nuevo, unos y otros pueden no coincidir aun cuando guarden relación. Por esto hemos hablado, en esta segunda parte, de funciones de bienestar individual, término que podría designar genéricamente al tipo de información sobre las creencias o preferencias individuales que, en cada caso, sea relevante; mientras que el de utilidad suele venir asociado más directamente con aquellas preferencias que expresan los intereses inmediatos de los agentes (39). Y, teniendo en cuenta esta distinción, parece menos artificial concebir la posibilidad de recabar y dar sentido a información más precisa que la puramente ordinalista, al menos, para ciertos tipos de preferencias.

---

nerlas. El ejemplo más destacado nos lo proporciona la obra de Von Neumann y Morgenstern [26]. Allí, en vista de las necesidades de la teoría de los juegos, se investiga la posibilidad de construir funciones que expresen el comportamiento de agentes racionales bajo condiciones de riesgo; y se determina que dichas funciones tendrán ciertas características ordinales. Véase, también, Ng[27], sobre las posibilidades de representar preferencias no transitivas.

(38) Véase, en particular, Sen [43].

(39) Resulta particularmente ilustrativo, en lo que se refiere a esta distinción, el intercambio de argumentos entre Harsanyi y Sen [42], [21], [22].

BIBLIOGRAFIA

1. ALBI, E.: «La teoría de la justicia de Rawls y el criterio redistributivo maximin», *Revista Española de Economía*, 1974.
2. ARROW, K.: *Social choice and individual values*, Wiley, 1963. Existe traducción castellana, Ed. Instituto de Estudios Fiscales.
3. ARROW, K.: «Nozick's entitlement theory of justice», Harvard Institute of Economic Research Discussion Paper, 483, 1976.
4. ARROW, K.: «Extended sympathy and the possibility of social choice», *American Economic Review*, 1977.
5. ASPREMONT, C. d' y GEVERS, L.: «Equity and the informational basis of collective choice», *Review of Economic Studies*, 1977.
6. BARBERA, S.: «Racionalidad, decisividad e independencia de alternativas irrelevantes», *Cuadernos de Economía*, 1976.
7. BARBERA, S.: «Desarrollos recientes en la teoría de la elección social», *Hacienda Pública Española*, 1977.
8. BARBERA, S. y GARCIA-BERMEJO, J. C.: «Prohibiciones metodológicas y Economía del Bienestar», a aparecer en *Información Comercial Española*.
9. BLACKORBY, C.: «Degrees of cardinality and aggregate partial ordering», *Econometrica*, 1975.
10. BLACKORBY, C. y DONALDSON, D.: «Utility vs. equity: some plausible quasi-orderings», *Journal of Public Economics*, 1977.
11. CHIPMAN, J. S. y MOORE, J.: «Aggregate demand, real national income and the compensation principle», *International Economic Review*, 1973.
12. DANIELS, N.: *Reading Rawls*, Basil Blackwell, 1975.
13. DIAMOND, P.: «Cardinal welfare, individualistic ethics and interpersonal comparisons of utility: a comment», *Journal of Political Economy*, 1967.
14. ESTEBAN, J. M.: «La medición de la desigualdad de rentas. Una visión escéptica de las contribuciones recientes», *Moneda y Crédito*, 1977.
15. FELDMAN, A. y KIRMAN, A.: «Fairness and envy», *American Economic Review*, 1974.
16. FOLEY, D.: «Resource allocation and the public sector», *Yale Economic Essays*, 1967.
17. GRAAF, J.: *Theoretical welfare economics*, Cambridge University Press, 1967.
18. HAMMOND, P. J.: «Equity, Arrow's conditions and Rawls, difference principle», *Econometrica*, 1976.
19. HAMMOND, P. J.: «Dual interpersonal comparisons of utility and the welfare economics of income distribution», *Journal of Public Economics*, 1977.
20. HAMMOND, P. J.: «Why ethical measures of inequality need interpersonal comparisons», *Theory and Decision*, 1977.

21. HARSANYI, J.: «Cardinal welfare, individualistic ethics and interpersonal comparisons of utility», *Journal of Political Economy*, 1955.

22. HARSANYI, J.: «Non-linear social welfare functions, or do welfare economists have a special exemption from bayesian rationality», *Theory and Decision*, 1975.

23. HARSANYI, J.: *Rational behavior and bargaining equilibrium in games and social situations*, Cambridge University Press, 1977.

24. KEMP, M. y NG, Y.-K.: «On the existence of social welfare functions, social orderings and social decision functions», *Economica*, 1976.

25. KOLM, S. C.: *Justice et équité*, Centre National de la Recherche Scientifique, 1972.

26. NEUMANN, J. von y MORGENSTERN, O.: *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, 1947.

27. NG., Y.-K.: «Bentham or Bergson? Finite sensibility, utility functions and social welfare functions», *Review of Economic Studies*, 1975.

28. NOZICK, R.: *Anarchy, state and utopia*, Blackwell, 1974.

29. PARKS, R.: «An impossibility theorem for fixed preferences: a dictatorial Bergson-Samuelson welfare function», *Review of Economic Studies*, 1976.

30. PAZNER, E. y SCHMEIDLER, D.: «A difficulty in the concept of fairness», *Review of Economic Studies*, 1974.

31. PHELPS, E. (Ed.): *Economic justice*, Penguin, 1973.

32. RAWLS, J.: *A theory of justice*, Clarendon Press, 1971.

33. ROBERTS, K.: «Interpersonal comparability and social choice theory», a aparecer en la *Review of Economic Studies*.

34. SCHMEIDLER, D. y VINDT, K.: «Fair net trades», *Econometrica*, 1972.

35. SEN, A.: *Collective choice and social welfare*, Holden Day, 1970.

36. SEN, A.: «Interpersonal aggregation and partial comparability», *Econometrica*, 1970.

37. SEN, A.: *On economic inequality*, Clarendon Press, 1973.

38. SEN, A.: «Informational bases of alternative welfare approaches», *Journal of Public Economics*, 1974

39. SEN, A.: «Rawls versus Bentham: an axiomatic examination of the pure distribution problem», en Daniels (Ed.), *Reading Rawls*, Blackwell, 1975.

40. SEN, A.: «Poverty: an ordinal approach to measurement», *Econometrica*, 1976.

41. SEN, A.: «Real national income», *Review of Economic Studies*, 1976.

42. SEN, A.: «Welfare economics and Rawlsian axiomatics», *Theory and Decision*, 1976.

43. SEN, A.: «Social choice theory: a re-examination», *Econometrica*, 1977.

44. SEN, A.: «On weights and measures: informational constraints in social welfare analysis», *Econometrica*, 1977.

45. SEN, A.: «Informational analysis of moral principles», mimeo, 1977.

46. VARIAN, H.: «Equity, envy and efficiency», *Journal of Economic Theory*, 1974.

47. VARIAN, H.: «Two problems in the theory of fairness», *Journal of Public Economics*, 1976.